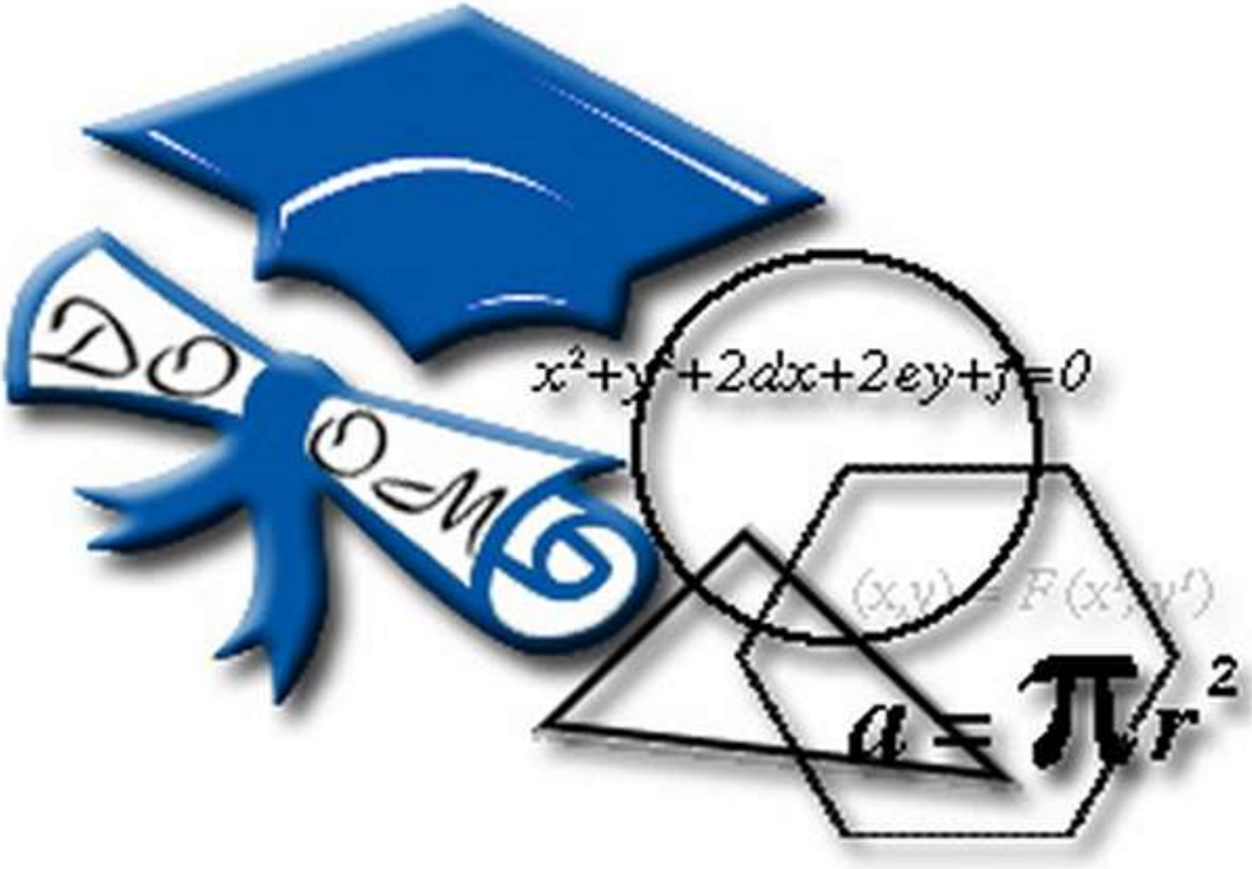
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РБ
ГБПОУ «БУРЯТСКИЙ ЛЕСОПРОМЫШЛЕННЫЙ КОЛЛЕДЖ»
Учебно-методический комплекс дисциплины



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРОВЕДЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

2018г.

Методические указания по выполнению лабораторных работ и практических занятий – Улан–Удэ, сервис-центр БЛПК: 2018 г., 60 стр.
специальность 080211 «Управление, эксплуатация и обслуживание многоквартирного дома»
дисциплина математика
(наименование дисциплины по учебному плану)

Рекомендовано к изданию
методическим Советом БЛПК
в качестве учебного пособия.

Авторы: Домиева Н.Ф.
Намдакова Н.П. преподаватели математики БЛПК
(Ф.И.О.) (занимаемая должность и место работы)

Методические указания предназначены для выполнения практических работ по математике студентами 2 курса. Данное пособие предназначено для формирования знаний, умений, навыков по следующим разделам :
«Математический анализ», «Основные численные методы»,
«Основы теории вероятностей».

Рецензенты: Манзарова Т.Г., преподаватель математики БЛПК
Баргуев С.Б., к.ф.-м.н., зав.каф. высшей математики и общепроф. дисциплин БИИК СибГУТИ

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение

Методические указания предназначены для изучения курса учебной дисциплины «Математика», направлены на формирование знаний и умений в этой области. Эти знания необходимы студентам для более успешного обучения будущей профессии, для будущей трудовой деятельности.

В результате изучения курса студенты получают представление

- о роли и месте математики в современном мире, общности ее понятий и представлений;
- о роли математики при изучении общепрофессиональных и специальных дисциплин и в профессиональной деятельности.
- об истории возникновения, развития и становления математики как основополагающей дисциплины, необходимой для изучения профессиональных дисциплин
- о связи математики с профессиональными и специальными дисциплинами.

знакомятся

- с основами аналитической геометрии: понятиями базиса, с системой координат на плоскости и в пространстве, координатами точки, действиями над векторами;
- с основными понятиями и методами математического анализа, дискретной математикой, теорией вероятностей и математической статистикой
- с основными численными методами решения прикладных задач;

учатся

- решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчисления;
- решать простейшие дифференциальные уравнения в частных производных;
- решать простейшие задачи, используя элементы теории вероятностей;
- находить функцию распределения случайной величины.

2. Общие требования.

2.1. Требования по теоретической готовности студентов к выполнению практических работ

<u>Студенты должны:</u>

знать:

- первый и второй замечательные пределы;
- определение производной, ее геометрический смысл;
- основные методы интегрирования;
- таблицу простейших интегралов;
- типы задач, приводящие к дифференциальным уравнениям;
- определение дифференциального уравнения;
- определения числовых и функциональных рядов;
- необходимый и достаточный признаки сходимости рядов, признак Даламбера;
- признаки знакопеременных рядов, признак Лейбница;
- понятия: событие, частота и вероятность появления события, совместные и несовместные события, полная вероятность;
- теорему сложения вероятностей;
- способы задания случайной величины;
- определения непрерывной и дискретной случайных величин;
- закон распределения случайной величины;
- способы представления функции в виде прямоугольников и трапеций;
- формулу Симпсона;
- выражения для определения предельных абсолютных погрешностей;
- интерполяционные формулы Ньютона;
- таблицу конечных разностей;

уметь:

- составлять дифференциальные уравнения на простейших задачах;
- решать дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными;
- решать однородные дифференциальные уравнения первого порядка;
- решать однородные линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
- определять сходимость числовых и функциональных рядов по признаку Даламбера;
- применять признак Лейбница для знакопеременных рядов;
- разлагать элементарные функции в ряд Маклорена.
- вычислять производные функции при данном значении аргумента;
- исследовать функции с помощью производной и строить графики;
- интегрировать простейшие определенные интегралы;
- вычислять площади плоских фигур;
- находить частные производные различных порядков.

- решать задачи с применением теоремы сложения вероятностей для несовместных событий.
- вычислять интегралы по формулам прямоугольников, трапеций и формуле Симпсона.
- по табличным данным находить аналитическое выражение производной.

2.2 Требования к содержанию и оформлению практических работ

После выполнения лабораторно-практических работ студенты оформляют отчеты. Отчеты оформляются в тетради для практических работ.

В отчете студент записывает тему, цель, оформляет все выполненные задания в соответствии с *Требованиями к оформлению текстовой документации*, отвечает на контрольные вопросы.

2.3 Требования к процедуре выставления оценок

Оценки за выполнение практических работ выставляются по пятибалльной системе в журнал после выполнения и оформления работы, по результатам защиты работы, ответов на контрольные вопросы.

2.4 Критерии выставления оценок:

Оценка «5» ставится при своевременной сдаче отчета, 90-100% выполнении объема работы, правильных ответов на контрольные вопросы;

Оценка «4» ставится при своевременной сдаче отчета, 75-80% выполнении объема работы, при допущении незначительных неточностей в ответах на контрольные вопросы;

Оценка «3» ставится при сдаче отчета, 55-65 % выполнении объема работы , при допущении неточностей в ответах на контрольные вопросы;

Оценка «2» ставится при несдаче отчета, 0-50% выполнении объема работы, при допущении неточностей в ответах на на контрольные вопросы.

3. Перечень лабораторных и практических занятий

Практическая работа №1 *«Дифференцирование и интегрирование функций».*

Практическая работа №2 *«Применение производной в строительстве ».*

Практическая работа №3 *«Вычисление площади криволинейной трапеции».*

Практическая работа №4 *«Решение прикладных задач.»*

Практическая работа №5 *«Вычисление площади плоской фигуры и объемов тел вращения с помощью интеграла».*

Практическая работа №6 *«Решение дифференциальных уравнений с разделенными переменными».*

Практическая работа №7 *« Решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными»*

Практическая работа №8 *«Решение дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами»*

Практическая работа №9 *«Применение дифференциальных уравнений для исследования деформации строительных материалов, колебательных процессов, происходящих в строительных конструкциях»*

Практическая работа №10 *«Определение сходимости рядов по признакам Даламбера и Лейбница».*

Практическая работа №11 *«Решение задач на определение вероятности события».*

Практическая работа №12 *«Применение теорем сложения и умножения вероятностей».*

Практическая работа №13*«Составление закона распределения случайной величины»*

Практическая работа №14 *«Нахождение математического ожидания случайной величины, нахождение дисперсии»*

Практическая работа №15 *«Нахождение среднего квадратичного отклонения случайной величины»*

Практическая работа №16 *«Вычисление интегралов и площадей по формулам прямоугольников. Оценка погрешностей при вычислении»*

Практическая работа №17 *«Вычисление интегралов и площадей по формулам трапеций. Оценка погрешностей при вычислении»*

Практическая работа №18 *«Вычисление интегралов и площадей по методу Симпсона. Оценка погрешностей при вычислении»*

Практическая работа №19 *«Нахождение производных функций в точке х методом численного дифференцирования»*

Практическая работа №20 *«Применение метода Эйлера»*

4. Указания к выполнению практических работ

Практическая работа №1

Тема: ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ И ИНТЕГРИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ

Цель работы: Научиться находить производные элементарных и сложных функций, вычислять определенные и неопределенные интегралы

Оснащение рабочего места:

1. Настоящая методическая разработка
2. Учебная литература
3. Справочники
4. Тетрадь для практических работ

Последовательность выполнения работы:

1. Получение индивидуального задания
2. Изучение теоретического материала по методической разработке
3. Выполнение заданий
4. Ответы на вопросы

Теоретический материал

Часть 1.

Определение 1. Производной функции y=f (x) в точке x называется предел отношения приращения функции к соответствующему приращению аргумента, когда последнее стремится к нулю.

Обозначение: *y'* или *f '(x).* $$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Функция	*Производная*
c(const)	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
a^x	$a^x \ln a$
e^x	e^x
$\log_a x$	$\frac{1}{x \cdot \ln a}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$

Функция	*Производная*
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
tgx	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$ctgx$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$arctgx$	$\frac{1}{1+x^2}$
$arcctgx$	$-\frac{1}{1+x^2}$

Правила дифференцирования функций

1. $(ku \cdot (x))' = k \cdot u'(x)$

2. $(u(x) \pm v(x))' = u'(x) \pm v'(x)$

3. $(uv)' = u'v + v'u$

4. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

Если *y* есть функция от *u*: *y=F(u)*, где *u=f(x)*, т.е. если *y* зависит от *x* через промежуточный аргумент *u*, то *y=F(u)=F(f(x))* называется **функцией от функции или сложной функцией.**

Производная сложной функции равна произведению ее производной по промежуточному аргументу на производную этого аргумента по независимой переменной: *y'(x)=F'(u)u'(x)*

Функция	Производная	Функция	Производная
$(u)^n$	$nu^{n-1}\cdot u'$	$\ln u$	$\frac{u'}{u}$
$\frac{1}{u}$	$-\frac{1}{u^2}\cdot u'$	$\sin u$	$(\cos u)u'$
$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$\cos u$	$(-\sin u)u'$
a^u	$a^u \ln a\cdot u'$	tgu	$\frac{u'}{\cos^2 u}$
e^u	$e^u\cdot u'$	$ctgu$	$-\frac{u'}{\sin^2 u}$
$\log_a u$	$\frac{u'}{u\cdot\ln a}$	$\sqrt[n]{u}$	$\frac{u'}{n\cdot\sqrt[n]{u^{n-1}}}$

Часть 2.

*Множество всех первообразных функции f(x) на некотором промежутке называется **неопределенным интегралом от функции f(x)** на этом промежутке и обозначается символом* $\int f(x)dx$.

$\int$ ***f(x)dx = F(x) + C****, где F(x)* – какая-либо первообразная функции *f(x),* а С – произвольная постоянная.

*Нахождение функции по ее производной называется **интегрированием функции**. Интегрирование – действие, обратное дифференцированию.* Правильность интегрирования можно проверить дифференцированием.

Основные свойства неопределенного интеграла:

1. *Если функция f(x) имеет первообразную, то при а ≠ 0 верно равенство ∫af(x)dx = a∫f(x)dx. (постоянный отличный от нуля множитель можно выносить за знак интеграла).*
2. *Если функции f(x) и g(x) имеют первообразные, то ∫(f(x) + g(x)dx) = ∫f(x)dx +∫g(x)dx. (интеграл от суммы двух функций равен сумме интегралов от этих функций).*

Таблица неопределенных интегралов

1.∫0dx = C, C – постоянная

2.∫кdx = кx + C

1. $\int x^\alpha\, dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C,\ \alpha\neq -1$
2. $\int\frac{1}{\sqrt{x}}dx = 2\sqrt{x}+C$
3. ∫cosxdx = sinx + C
4. ∫sinxdx = - cosx + C
5. $\int\frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$
6. $\int\frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C.$
7. $\int e^x = e^x + C.$
8. $\int a^x = \frac{a^x}{\ln a} + C.$
9. $\int\frac{dx}{x} = \ln x + C.$

Нахождение неопределенных интегралов (методы интегрирования)

1. Метод непосредственного интегрирования

Непосредственным интегрированием называется такой метод вычисления интегралов, при котором они сводятся к табличным путем применения к ним основных свойств неопределенных интегралов. При этом подынтегральную функцию обычно предварительно соответствующим образом преобразуют.

Пример1 *. Найти* $\int(1+\sqrt{x})^2\,dx$ *. Преобразовав подынтегральную функцию и воспользовавшись свойствами 3 и 4 интеграла, находим:* $\int(1+\sqrt{x})^2\,dx = \int(1+2\sqrt{x}+x)\,dx = \int dx + 2\int\sqrt{x}\,dx + \int x\,dx = x + \frac{4x\sqrt{x}}{3} + \frac{x^2}{2} + C$.

2. Интегрирование методом замены переменной (методом подстановки)

В основе ***метода подстановки*** вычисления неопределенных интегралов лежит следующая формула, являющаяся простым следствием правила дифференцирования сложной функции:

$\int f(g(x))g'(x)dx = F(g(x)) + C$, *(1) где* $F(t)$ *– какая – либо первообразная функции* $f(t)$, $t = g(x)$.

Правую часть формулы (1) обычно записывают в виде $\int f(t)dt$ (2), где $t = g(x)$. Из формулы (1) следует, что если подынтегральное выражение имеет вид $f(g(x))g'(x)dx = f(g(x))dg(x)$ (3) или приводится к этому виду, то интеграл $\int f(g(x))g'(x)dx$ можно свести к интегралу $\int f(t)dt$ (2) с помощью замены переменной, положив $t = g(x)$.

Пример2 *. Найти* $\int(2x+1)^{10}dx$.

Т.к. $(2x+1)^{10}\,dx = \frac{1}{2}(2x+1)^{10}\,d(2x+1)$, *то, положив* $t = 2x+1$, *получим:*

$$\int(2x+1)^{10}dx = \frac{1}{2}\int(2x+1)^{10}\,d(2x+1) = \frac{1}{2}\int t^{10}dt = \frac{1}{22}t^{11} + C = \frac{1}{22}(2x+1)^{11} + C.$$

Пример 3 *. Найти* $\int \sin x\cos^7 x\,dx$.

Положим $t = \cos x$, *тогда* $dt = -\sin x\,dx$. *Следовательно,* $\int \sin x\cos^7 x\,dx =$

$$= -\int t^7\,dt = -\frac{t^8}{8} + C = -\frac{\cos^8 x}{8} + C.$$

Предел интегральных сумм функции f называют ***определенным интегралом функции f от a до b и обозначают*** $\int_a^b f(x)dx$. Числа a и b называются *пределами интегрирования*: a – *нижний предел*, b – *верхний*. **S =** $\int_a^b f(x)dx$ **(2).** (Геометрический смысл интеграла)

Если a = b, то $\int_a^b f(x)dx = 0$. Если a > b, $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$ (если в интеграле поменять местами пределы интегрирования, то интеграл изменит знак).

Методы вычисления определенных интегралов

1. Формула Ньютона – Лейбница (непосредственное интегрирование)

$$\int_a^b f(x)dx = \mathbf{F(b) - F(a) = F(x)}\Big|_a^b$$

Пример 4. *Вычислите* $\int_{-1}^{2} x^2dx$. *Поскольку для* x^2 *одной из первообразных является* $\frac{x^3}{3}$, *то* $\int_{-1}^{2} x^2dx = \frac{x^3}{3}\Big|_{-1}^{2} = \frac{2^3}{3} - \frac{(-1)^3}{3} = 3.$

***Пример5 .** Вычислите* $\int_0^{\pi}\sin x dx$. $\int_0^{\pi}\sin x dx$ = *-cosx* $\Big|_0^{\pi}$ = *-cosπ – (- cos0) = 2.*

2. Вычисление определенных интегралов методом подстановки.

Теорема: Пусть функция f(x) непрерывна в любой точке x = φ(t), где t ∈ [α; β], и пусть a = φ(α), b = φ(β). Тогда, если функция φ(t) имеет непрерывную производную, то справедлива следующая формула: $\int_a^b f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(\varphi(t))\varphi'(t)dt$. Эта формула называется *формулой замены переменной интегрирования в определенном интеграле.* Таким образом, при замене переменной интегрирования x = φ(t) следует под знаком интеграла всюду заменить x на φ(t) и соответствующим образом изменить пределы интегрирования.

***Пример6 .** Вычислите* $\int_0^3 x\sqrt{1+x}dx$. *Применив формулу (6), положив* $t = \sqrt{1+x}$, *находим* $x = t^2 - 1$, $dx = 2tdt$, *новые пределы интегрирования* $\alpha = 1$, $\beta = 2$. *Следовательно,*

$$\int_0^3 x\sqrt{1+x}dx = 2\int_1^2 t^2(t^2-1)dt = =2\int_1^2 t^4dt - 2\int_1^2 t^2dt = 2\frac{t^5}{5}\Big|_1^2 - 2\frac{t^3}{3}\Big|_1^2 = 2\left(\frac{32-1}{5} - \frac{8-1}{3}\right) = \frac{136}{15}.$$

Задания для самостоятельной работы

Вариант 1

Найти производные функций:

1) $y = x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 13$ 2) $y = \sqrt{x}(1-2x)$ 3) $y = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

4) $y = \sqrt{5-2x}$ 5) f(x) = tg3x 6) $y = 31^{t^3+3t}$

Найти интегралы:

1) $\int (5x^2 - 3)^2 dx$ 2) $\int \frac{(3+2x-x^2)}{x}dx$ 3) $\int_0^2 (1+2x)^3 dx$ 4) $\int_2^4 \frac{u^2+2}{u^2}du$

Вариант 2

Найти производные функций:

1) $y = 2x^7 - 3x^5 - x - 10$ 2) $y = \sqrt{x}(5x-1)$ 3) $y = \frac{\sqrt{x}}{4+x}$

4) $y = (2x-3)^5$ 5) f(x) = sin2x 6) $y = 2\sqrt{1+2x-x^2}$

Найти интегралы:

1) $\int (3x^2 - 4)^2 dx$ 2) $\int \frac{(4-2x+x^2)}{x}dx$ 3) $\int_{-1}^0 (2x+1)^4 dx$ 4) $\int (2x+7)^8 dx$

Вариант 3

Найти производные функций:

1) $y = 3x^6 + 3x^5 - 2x + 5$ 2) $y = \sqrt{x}(3x-6)$ 3) $y = \frac{x-1}{2-3x}$

4) $y = (6x+2)^5$ 5) $y = 2^{\sqrt{x}+3}$ 6) y = ln3x

Найти интегралы:

1) $\int (x^7 + 4x)dx$ 2) $\int \frac{2dt}{\cos^2 t}$ 3) $\int_2^4 \frac{z^2+1}{z^2}du$ 4) $\int_{-2}^1 (4-5x)^3 dx$

Вариант 4

Найти производные функций:

1) $y = x^6 - 3x^4 + 7x^2 - 14$ 2) $y = \sqrt{x}(2-3x)$ 3) $y = \dfrac{\sqrt{z}}{5+z}$

4) $y = \sqrt{5-2x}$ 5) $y = \lg(3x^2 + 4x - 7)$ 6) $y = \sqrt{1+\sqrt{x}}$

Найти интегралы:

1)) $\int (4x+3)^2\,dx$ 2) $\int \dfrac{(x+2)^2}{x}dx$ 3) $\int \dfrac{3adu}{\sin^2 u}$ 4) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \dfrac{\sin xdx}{\cos^4 x}$

Вариант 5

Найти производные функций:

1) $y = x^5 - 2\sqrt{x}$ 2) $y = \dfrac{x^2-1}{x^2+1}$ 3) $y = (4-3x)^{100}$

4) $y = \log_3(4x-2)$ 5) $y = 4\sin 5x$ 6) $y = \sqrt{4-x^2}$

Найти интегралы:

1) $\int (5x - x^2)dx$ 2) $\int_{-1}^{0} (2x+1)^4 dx$ 3) $\int \sin^2 x \cos x\, dx$ 4) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2xdx$

Вопросы для получения зачета по работе:

1. Определение производной функции
2. Таблица производных функций
3. Правила дифференцирования функций
4. Таблица интегралов
5. Свойства интегралов
6. Методы интегрирования

Литература:

1. Дадаян А.А. Математика. Профессиональное образование.- М, 2015
2. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М, 2014
3. Алгебра и начала анализа. Учебник 10-11 кл. под ред. Колмогорова

Оформление отчета

1. Тема, цель
2. Решение задач.
3. Ответы на контрольные вопросы
4. Вывод по работе.

Практическая работа №2

Тема: ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ

Цель работы: Систематизировать навыки и умения применять знания о производной при решении задач прикладной направленности; развивать навыки логического мышления, сопоставления, анализа на математическом материале;

Оснащение рабочего места:

1. Настоящая методическая разработка
2. Учебная литература
3. Справочники
4. Тетрадь для практических работ

Последовательность выполнения работы:

1. Получение индивидуального задания
2. Изучение теоретического материала по методической разработке
3. Выполнение заданий
4. Ответы на вопросы

Теоретический материал

Решение многих практических задач часто сводится к определению наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке. Ведь и возникновение математического анализа явилось следствием из необходимости решать практические задачи на нахождение оптимальных значений величин, например:

- увеличение урожайности с гектара пашни;
- получение балки с наибольшим прямоугольным сечением из круглого бревна;
- ограждение земельного участка наибольшей площади изгородью заданной длины и т.д.

Поэтому целью нашего урока является систематизация навыков и умений учащихся по применению знаний, полученных в ходе изучения темы «Производная и ее применение» к решению задач этого типа, а так же для решения различных физических задач.

Определение 1. Производной функции y=f (x) в точке x называется предел отношения приращения функции к соответствующему приращению аргумента, когда последнее стремится к нулю.

Обозначение: *y'* или *f '(x).*

$$y' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Функция	*Производная*
c(const)	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
a^x	$a^x \ln a$
e^x	e^x
$\log_a x$	$\frac{1}{x \cdot \ln a}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$

Функция	*Производная*
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
tgx	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$ctgx$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\arccos x$	$-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$arctgx$	$\dfrac{1}{1+x^2}$

$arcctgx$	$-\dfrac{1}{1+x^2}$

Правила дифференцирования функций

1. $(ku\cdot(x))' = k\cdot u'(x)$

2. $(u(x)\pm v(x))' = u'(x)\pm v'(x)$

3. $(uv)' = u'v + v'u$

4. $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$

ЗАДАЧА 1: Заготовленна изгородь длиной 480м. Этой изгородью надо огородить с трех сторон, примыкающий к реке, участок. Какова должна быть ширина и длина участка, чтобы его площадь была наибольшей при заданной длине изгороди?

РЕШЕНИЕ:

S=AB·BC

Пусть AB=x, тогда BC= 480-2x

$S(x) = x\cdot(480 - 2x) = 480x - 2x^2$

$D(x) = (0;240)$, т.к. $S(x) > 0$

$480x - 2x^2 > 0$

$2x\cdot(240 - x) > 0$

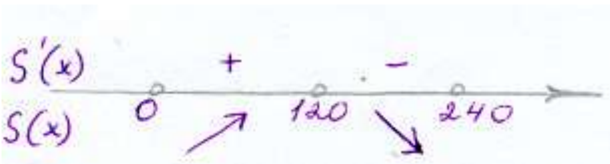
$x_1 = 0, \quad x_2 = 240$

$0 < x < 240$

S? (x) = 480 - 4x

S? (x) = 0, 480 - 4x =0

x = 120



Т.о. $S_{max} = S(120) = 28800м^2$ при AB = 120м и BC = 240м

Ответ: при ширине 120м и длине 240м площадь участка будет наибольшей.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1

Дождевая капля падает под действием силы тяжести, равномерно испаряясь так, что её масса испаряется по закону m(t)=1-2/3t (m масса в граммах, t время в секундах). Через сколько времени после начала падения кинетическая энергия капли будет наибольшей?

Задача 2: "**Облицовка".**

Заготовленной плиткой нужно облицевать 6000 кв. м боковых стенок и дна желоба прямоугольного поперечного сечения длиной 1000 м. Каковы должны быть размеры сечения, чтобы пропускная способность желоба была наибольшей?

Задача 3: "Максимальный слив".

Необходимо построить открытый желоб прямоугольного сечения для стока воды. Длина периметра поперечного сечения желоба должна равняться 6 м. Какой высоты должны быть стенки желоба, чтобы получился максимальный слив?

Задача 4 "Стоянка автомобилей".

Для стоянки машин выделили площадку прямоугольной формы, примыкающую одной стороной к стене здания. Площадку обнесли с трех сторон металлической сеткой длиной 200 м, и площадь ее при этом оказалась наибольшей. Каковы размеры площадки?

Задача 5

Во время проведения строительных работ по правилам техники безопасности нужно огородить участок прямоугольной формы забором длиной 64 м. Каковы должны быть размеры прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей?

Задача 6

Площадь дома прямоугольной формы составляет 100 м^2. Каковы должны быть его размеры, чтобы периметр прямоугольника был наименьшим?

Вопросы для получения зачета по работе:

1. Механический смысл производной
2. Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции

Литература:

1.Дадаян А.А. Математика. Профессиональное образование.- М, 2015
2.Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М, 2014
3.Апанасов П.Т. Сборник задач по математике

Оформление отчета

1. Тема, цель
2. Решение задач.
3. Ответы на контрольные вопросы
4. Вывод по работе.

Практическая работа №3
Тема: ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ КРИВОЛИНЕЙНОЙ ТРАПЕЦИИ

Цель работы: Систематизировать навыки и умения применять знания об интеграле при решении задач прикладной направленности; развивать навыки логического мышления, сопоставления, анализа на математическом материале;

Оснащение рабочего места:

1. Настоящая методическая разработка
2. Учебная литература
3. Справочники
4. Тетрадь для практических работ

Последовательность выполнения работы:

1. Получение индивидуального задания
2. Изучение теоретического материала по методической разработке
3. Выполнение заданий
4. Ответы на вопросы

Краткая теория:

Как известно, определенный интеграл от непрерывной отрицательной функции равен площади соответствующей криволинейной трапеции (геометрический смысл определенного интеграла):

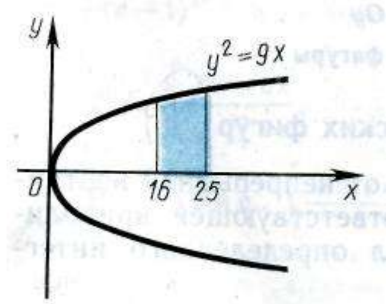
$$S = \int_a^b f(x)dx.$$

С помощью определенного интеграла можно также вычислять площади плоских фигур, так как эта задача всегда сводится к вычислению площадей криволинейных трапеций. Площадь всякой плоской фигуры в прямоугольной системе координат может быть составлена из площадей криволинейных трапеций, прилегающих к оси *Ox* или к оси *Oy*.

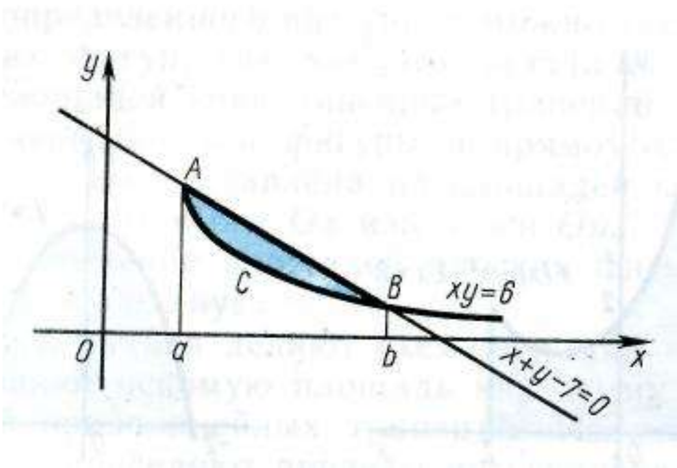
Задачи на вычисление площадей плоских фигур удобно решать по следующему плану:

1. По условию задачи делают схематический чертеж.
2. Представляют искомую площадь как сумму или разность площадей криволинейных трапеций. Из условия задачи и чертежа определяют пределы интегрирования для каждой составляющей криволинейной трапеции.
3. Записывают каждую функцию в виде $y = f(x)$.
4. Вычисляют площади каждой криволинейной трапеции и площадь искомой фигуры.

Пример 1. $y^2 = 9x, x = 16, x = 25$ и $y = 0$ (рис.)



Решение: $S = \int_{16}^{25} \sqrt{9x}dx = \int_{16}^{25} 3x^{1/2}dx = 3\frac{x^{3/2}}{3/2}\Big|_{16}^{25} = 2x\sqrt{x}\Big|_{16}^{25} =$ 2(125-64)= =2*61=122 (кв.ед.)



Пример 2. *xy=6 b x+y-7=0*
Решение:

$$S_{aABb} = \int_1^6 (7-x)dx = (7x - \frac{x^2}{2})\Big|_1^6 =$$

$$= (7*6 - \frac{36}{2}) - (7*1 - \frac{1}{2}) = 17{,}5$$ (кв.ед.);

$S_{aABb} = \int_1^6 \frac{6dx}{x} = 6\ln x\,\Big|_1^6 = 6 ln 6$ (кв.ед.), т.е. S=(17,5-6*l*n6) (кв.ед.);

Задачи для самостоятельной работы:
вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций:

1. *а).* $f(x) = x^2 - 2x + 2, x = -1, x = 2$ *и отрезком [-1,2] оси Ox.*
   б).f(x)=x^2, y=0, x=3;
   в) f(x)=cos x, y=0, x=0, $x = \frac{\pi}{3}$
   г) f(x)=sin x, y=0, x=0, x=π *;*
2. $x - 2y + 4 = 0, x + y - 5 = 0$ и $y = 0$.
3. $y = x^2, y = \frac{1}{x},$ если $1 \prec x \prec e$;
4. $y^2 = x$ и $y = x^2$.
5. $x - 2y + 4 = 0{,}3x + 2y - 12 = 0$ и $y = 0$.

Контрольные вопросы:
1. Что является основной задачей интегрального исчисления?
2. Что такое определенный интеграл?
3. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?

Литература: 1. Дадаян А.А. Математика. Профессиональное образование.- М, 2015
2. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М, 2014
3. Алгебра и начала анализа. Учебник 10-11 кл. под ред. Колмогорова

Практическая работа №4
Тема: РЕШЕНИЕ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ

Цель работы: Систематизировать навыки и умения применять знания о производной при решении задач прикладной направленности; развивать навыки логического мышления, сопоставления, анализа на математическом материале;

Оснащение рабочего места:

5. Настоящая методическая разработка
6. Учебная литература
7. Справочники
8. Тетрадь для практических работ

Последовательность выполнения работы:

5. Получение индивидуального задания
6. Изучение теоретического материала по методической разработке
7. Выполнение заданий
8. Ответы на вопросы

Теоретический материал

Математические задачи с практическим содержанием – это такие задачи, которые связаны с применением математики в технике, химии, экономике, медицине, экологии, а так же в быту. Мы рассмотрим задачи, которые можно решить с помощью производной. Эти задачи не совсем обычны как по форме изложения, так и по применяемым методам решения.

Одним из важнейших понятий математического анализа является производная функции. Производная характеризует скорость изменения функции по отношению к изменению независимой переменной. В геометрии производная характеризует крутизну графика, в механике – скорость неравномерного прямолинейного движения, в биологии – скорость размножения колонии микроорганизмов, в экономике – отзывчивость производственной функции (выход продукта на единицу затрат), в химии – скорость химической реакции.

В приложениях математики к решению конкретных задач приходится иметь дело с величинами, числовые значения которых получены путем измерений и, следовательно, точное их значение неизвестно. Если исходные данные содержат погрешности измерений, то применение точных методов измерения не целесообразно. Для упрощения и облегчения вычислений в таких случаях лучше использовать приближенные методы. Теоретической основой одного из простейших приемов приближенных значений вычислений является понятие дифференциала. Приближенное значение приращение функции называется дифференциалом функции и обозначается dy, причем $dy=y'(x)dx$.

Среди многих задач, решаемых с помощью производной, наиболее важной является задача нахождения экстремума функции и связанная с ней задача нахождения наибольшего (наименьшего) значения соответствующих функций. Рассмотрим некоторые из них.

Задача №1

Докажите, что уравнение $3x^5 – 25x^3 + 60x + 15 = 0$ имеет только один действительный корень.

Решение:

Рассмотрим функцию $f(x) = 3x^5 – 25x^3 + 60x + 15 = 0$ *и найдем её интервалы монотонности. Имеем:* $f'(x) = 15x^4 – 75x^2 + 60 = 15(x + 2)(x + 1)(x - 1)(x - 2)$.

Производная $f'(x)$ *обращается в нуль в четырех точках:* $-2, -1, 1, 2$. *Эти точки разбивают числовую прямую на пять промежутков:* $(-\infty; -2), (-2; -1), (-1; 1), (1; 2), (2; +\infty)$.

На каждом из указанных промежутков производная сохраняет постоянный знак. Отсюда заключаем, что на каждом из этих промежутков функция $y = f(x)$ *монотонна, т.е. или возрастает или убывает. Тогда график функции на каждом из указанных про-*

межутков может пересекать ось абсцисс не более∞ чем в одной точке. Это значит, что функция y = f(x) на каждом из рассматриваемых промежутков может иметь не более одного корня, причем корни функции могут быть в тех и только тех промежутках, на концах которых функция имеет разные по знаку значения. Имеем

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$, $f(-2) < 0$, $f(-1) < 0$, $f(1) > 0$, $f(2) > 0$, $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$f(1) > 0$, $f(2) > 0$, $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

Так как f(x) имеет различные знаки только на концах промежутка (-1; 1), то заданное уравнение имеет лишь один действительный корень, лежащий внутри этого интервала.

Задача №2. При извержении вулкана камни горной породы выбрасываются перпендикулярно вверх с начальной скоростью 120 м/ с. Какой наибольшей высоты достигнут камни, если сопротивлением ветра пренебречь?

Решение: Вещество выбрасывается перпендикулярно вверх. Высота камня h, функция времени-

$h(t) = Vo\ t - 1/2gt^2$.Откуда следует: h□(t)= v(t)= vo–gt. Следовательно, 0= 120-9,8t и t≈13 сек. Тогда h=745м, т.е. камни горной породы достигают уровня 720 м от края вулкана.

Задача №3. Нагруженные сани движутся по горизонтальной поверхности под действием силы F, приложенной к центру тяжести. Какой угол α должна составлять линия действия силы F с горизонтом, чтобы равномерное движение саней происходило под действием наименьшей силы? Коэффициент трения саней о снег равен к.

Решение: Разложим силу F на горизонтальную и вертикальную составляющие. Сила нормального движения саней и вертикальной составляющей силы F:N=P-F sinα, поэтому сила трения F тр =kN=
=k(P-Fsinα). Сани будут двигаться равномерно при условии компенсации горизонтальных сил:
Fx=Fтр., то есть Fcosα=k (P-Fsinα). Далее находим силу как функцию угла α:
F(α)= kP/(ksinα+cosα). $F'(\alpha) = kP(\sin\alpha - k\cos\alpha)/(k\sin\alpha+\cos\alpha)^2$. Тогда F′(α)=0 при k=tgα.

Определим знак второй производной в этой точке…

Из решения этой задачи можно сделать практический вывод: когда необходимо везти на санях груз по дороге с большим коэффициентом трения, нужно тянуть сани за короткую веревку. Если же коэффициент трения мал, веревка должна быть длинной.

Задача№4. Расход горючего легкового автомобиля (литр на 100 км) в зависимости от скорости x км/ч при движении на четвертой передачи приблизительно описывается функцией

f(x)=0,0017x-0,18x+10,2; x>30. При какой скорости расход горючего будет наименьший? Найдите этот расход.

Решение: Исследуем расход горючего с помощью производной: f′(x)=0,0034x-0,18.Тогда f′(x)=0 при x≈53. Определим знак второй производной в критической точке: f″(x)=0,0034>0, следовательно, расход горючего при скорости 53 км/ч будет наименьшим. f(53)≈5,43 л.

Задача№5. Оборот предприятия за истекший год описывается через функцию $U(t)=0{,}15t^2 - 2t^2 + 200$, где t –месяцы, U-миллионы. Исследуйте оборот предприятия.

Решение. Исследуем оборот предприятия с помощью производной:$U'(t)=0{,}45t^2 - 4t$
U″(t)=0,9t-4

U‴(t)=0,9. Момент наименьшего оборота при U(t)=0, т.е.при t=8,9.Наименьший оборот был на девятом месяце. Первая производная показывает экстремальное изменение оборота. Из U(t)=0 следует t=4,4.Так как U‴(t)>0, то на пятом месяце имеется сильное снижение оборота. Точки перегиба важны в экономике, так как именно по ним можно определить, в какой конкретно момент произошло изменение.

Так, например, по решению предложенной задачи можно сделать выводы:

1.В начале исследуемого периода у предприятия было снижение оборота;

2.Предприятие пыталось выйти из этого состояния и для этого использовало определенные средства.

На пятом месяце (точка перегиба) что-то было предпринято и предприятие стало выходить из

кризиса, а на девятом месяце стало набирать обороты.

Задачи из биологии и химии

Биологический смысл производной. Пусть зависимость между числом особей популяции микроорганизмов y и временем t её размножения задана уравнением: y=p(t). Пусть Δt-промежуток времени от некоторого начального значения t до t+Δt. Тогда y+Δy=p(t+Δt)- новое значение численности популяции, соответствующее моменту t+Δt, а Δy+p(t+Δt)-p(t)-изменение числа особей организмов.

Химический смысл производной. Пусть дана функция m=m(t),где m-количество некоторого вещества, вступившего в химическую реакцию в момент времени t. Приращению времени Δt будет соответствовать приращение Δm величины m. Отношение Δm/Δt- есть средняя скорость химической реакции за промежуток времени Δt. Предел этого отношения при стремлении tΔ к нулю- есть скорость химической реакции в данный момент времени .

Задача №6. Зависимость между количеством x вещества, получаемого в результате некоторой химической реакции и временем t выражается уравнением X=A(1+e) Определите скорость химической реакции в момент времени t.

Задача №7. Закон накопления сухой биомассы у винограда сорта Шалса определяется уравнением y=0,003x-0,0004x , где x- число дней от распускания почек, y- накопление биомассы в кг на 1 куст. Равенство отражает зависимость величин x и y как средний результат массовых

наблюдений. Выясните, как изменится сухая биомасса при изменении от 50 до 60 дней.

Задача №8. Реакция организма на введенное лекарство может выражаться в повышении кровяного давления, уменьшения температуры тела, изменении пульса или других физиологических показателей. степень реакции зависит от назначенного лекарства, его дозы. Предположим, что X обозначает дозу назначенного лекарства, У - функция степени реакции. $У=f(x)=x^2(a-x)$,где a - некоторая положительная постоянная. При каком значении X реакция максимальна?

Задача №9. За последние 10 лет численность грызунов в городе Н выросла в 5 рази достигла 1 миллиона особей: по одной крысе на каждого жителя. За год одна пара крыс способна воспроизвести 50 штук себе подобных. По словам эпидемиологов, крысы являются переносчиками многих болезней – чумы, бешенства, энцефалита. Составьте задачу по приведенным данным и решите её.

Литература:

1.Дадаян А.А. Математика. Профессиональное образование.- М, 2015

2.Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М, 2014

3.Апанасов П.Т. Сборник задач по математике

Оформление отчета

1. Тема, цель
2. Решение задач.
3. Ответы на контрольные вопросы
4. Вывод по работе.

Практическая работа №5

Тема: ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ ПЛОСКОЙ ФИГУРЫ И ОБЪЕМОВ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕГРАЛА.

Цель работы: закрепить умение выделять криволинейные трапеции из ряда геометрических фигур и отработать навык вычислений площадей криволинейных трапеций; познакомиться с понятием объемной фигуры; научиться вычислять объемы тел вращения;

Оснащение рабочего места:

1. Настоящая методическая разработка
2. Учебная литература
3. Справочники
4. Тетрадь для практических работ

Последовательность выполнения работы:

1. Получение индивидуального задания
2. Изучение теоретического материала по методической разработке
3. Выполнение заданий
4. Ответы на вопросы

Теоретический материал .

При помощи определенного интеграла можно вычислить объем того или иного тела, в частности, тела вращения.

Телом вращения называется тело, полученное вращением криволинейной трапеции вокруг ее основания (рис. 1, 2)

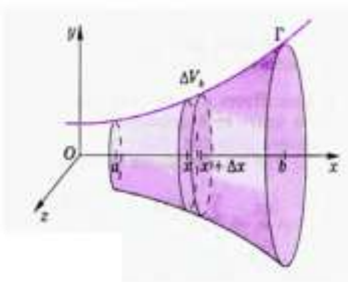


Рис.1

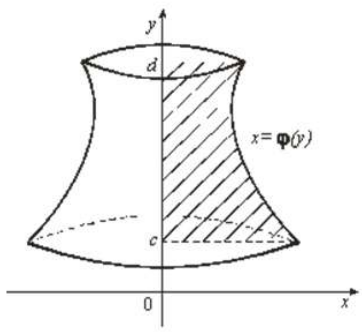


рис.2

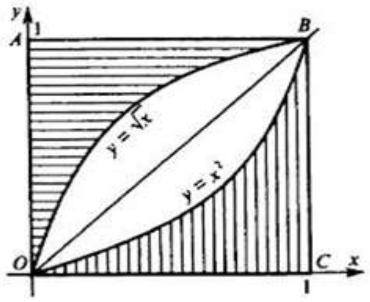
Объем тела вращения вычисляется по одной из формул:

1. $V = \pi \int_a^b \left[f(x) \right]^2 dx$, если вращение криволинейной трапеции **вокруг оси ОХ.**

2. $V = \pi \int_a^b \left[\phi(y) \right]^2 dy$, если вращение криволинейной трапеции **вокруг оси ОУ.**

Пример 1: Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\sqrt{x}, y=x^2$.

Решение: Построим на координатной плоскости графики функций $y=\sqrt{x}, y=x^2$. Выделим площадь фигуры, которую надо найти.



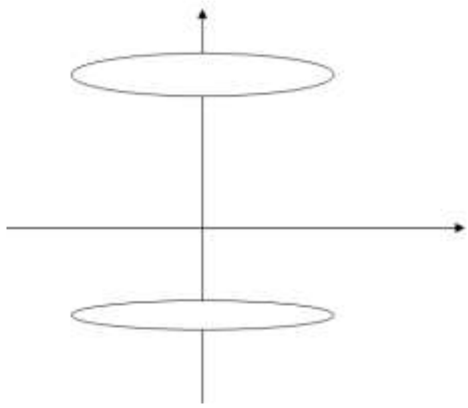
Воспользовавшись формулой $S=\int_a^b (f(x)-g(x))dx$,

Получим $S=\int_0^1(\sqrt{x}-x^2)dx=(\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}-\frac{x^3}{3})\Big|_0^1=\frac{1}{3}$ кв.ед.

Ответ: $S=\frac{1}{3}$ *кв.ед.*

Пример 2 Найти объем тела, получаемого вращением вокруг оси ординат криволинейной трапеции, ограниченной линиями: *$x^2+y^2=64$, $y=-5$, $y=5$, $x=0$.*

Решение.

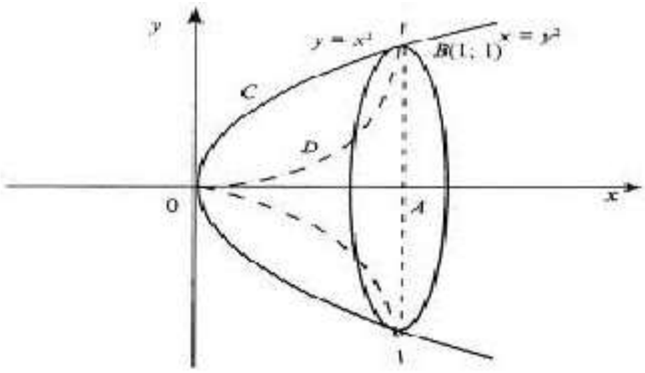


$$V=\pi\int_{-5}^{5}(64-y^2)dy=\pi\left(64y-\frac{y^3}{3}\right)\Big|_{-5}^{5}=556\frac{2}{3}\pi\approx 1163\text{см}^3$$

Ответ : 1163 *см*^{3}.

Задания для самостоятельного решения

1. Найти объем тела, получаемого вращением параболической трапеции, вокруг оси абсцисс $y = \sqrt{x}$, $x = 4$, $y = 0$.
2. Вычислить объем тела, образованного вращением лепестка, вокруг оси абсцисс $y = x^2$, $y^2 = x$.

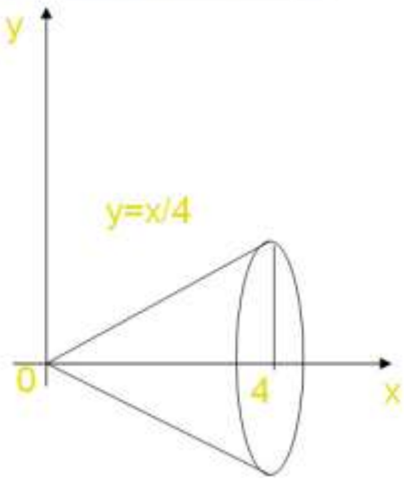


Построим графики функции. $y = x^2$, $y^2 = x$. График $y^2 = x$ преобразуем к виду $y = \sqrt{x}$.

Имеем $V = V_1 - V_2$ Вычислите объем каждой функции

3. Найти объем тела, получаемого вращением дуг гиперболы $\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{5^2} = 1$ вокруг ее мнимой оси, как показано на рис. 8, где $-3 \le x \le 3 \quad -5 \le y \le 5$
4. Найти объем тела, получаемого вращением вокруг оси OX функции, ограниченную $y^2 + x^2 = 4, \quad y = 0, \quad -2 \le x \le 2$
5. Задание . Вычислить объем тела полученный вращением вокруг оси абсцисс

гр.функции $y = \frac{x}{4}$, $x = 4$, $x = 0$, $y = 0$.



Исследовательская работа. Применение интеграла в экономике и технике.

Тесты для сильных учащихся и математический футбол.

Математический тренажер.

Б) функцией,

В) дифференциацией.

Контрольные вопросы.

1. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?
2. Что называется телом вращения?

Литература:

1.Дадаян А.А. Математика. Профессиональное образование.- М, 2015
2.Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М, 2014
3.Апанасов П.Т. Сборник задач по математике

Оформление отчета

1. Тема, цель
2. Решение задач.
3. Ответы на контрольные вопросы
4. Вывод по работе.

Практическая работа №6

Тема: «РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С РАЗДЕЛЕННЫМИ ПЕРЕМЕННЫМИ».

Цель работы: Научиться решать дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными переменными

Оснащение рабочего места:

1. Настоящая методическая разработка
2. Учебная литература
3. Справочники
4. Тетрадь для практических работ

Последовательность выполнения работы:

1. Получение индивидуального задания
2. Изучение теоретического материала по методической разработке
3. Выполнение заданий
4. Ответы на вопросы

Теоретический материал .

Определение 1: Дифференциальным уравнением называется уравнение, содержащее производные искомой функции или ее дифференциалы.

Решить дифференциальное уравнение – значит найти такую функцию, подстановка которой в это уравнение обращает его в тождество. Эта функция называется **решением** дифференциального уравнения.

Определение 2. Решение, содержащее произвольную постоянную С, называется **общим решением** дифференциального уравнения.

Решение, в которое подставлено числовое значение С, называется **частным решением** дифференциального уравнения. Значение С вычисляется при подстановке начальных данных в общее решение.

Определение 3. Наивысший порядок производной, входящий в уравнение, называется **порядком** дифференциального уравнения.

Дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными переменными

Определение 4. Уравнение вида $f(x)dx + \varphi(y)dy = 0$, где $f(x)$ и $\varphi(y)$ – данные функции, называется **уравнением с разделенными переменными**.

Каждая часть уравнения с разделенными переменными представляет собой произведение некоторого выражения, зависящего от одной переменной, на дифференциал этой переменной.

Пример. *$xdx + ydy = 0$, $2ydy = 3x^2dx$, $ds = (3t^2 - 2)dt$, $e^x dx = ydy$, $\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x}$ - уравнения с разделенными переменными.*

Решение таких уравнений выполняется непосредственным интегрированием.

Пример. *Решить уравнение $xdx + ydy = 0$. Решение. Здесь переменные разделены. Интегрируя, получим $\int x\,dx + \int ydy = C$; $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = C$; $x^2 + y^2 = 2C$.*

Задания для самостоятельной работы

Вариант 1

1. Решить уравнения: 1) $2ydy = 3x^2dx$ 2) $xdx + 2ydy = 0$

2. Найти частное решение дифференциального уравнения $dy = (x^2 – 1)dx$, если $y = 4$ при $x =1$.

Вариант 2

1. Решить уравнения: 1) $2y^2dy = 3xdx$ 2) $x^2dx = y^2dy$

2. Решить уравнение $ds = (3t^2 -2)dt$, если $s = 0$ при $t = 1$.

Вариант 3

1. Решить уравнения: 1) $2ydy = (1 – 3x^2)dx$. 2) $2xdx + 4ydy = 0$

2. Найти частное решение уравнения $2ydx = (1+x)dy$, если $y =4$ при $x = 1$.

Вариант 4

1. Решить уравнения: 1) $(2-y)dy = xdx$ 2)$3x^2dx + 2ydy = 0$

2. Найти частное решение уравнения $y^/ = 2+y$, если $y = 3$ при $x = 0$.

Решить уравнения:

1) $e^xdx = edy$

2) $\dfrac{dy}{y} = \dfrac{dx}{x-1}$

Литература:

1.Дадаян А.А. Математика. Профессиональное образование.- М, 2015

2.Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М, 2014

3.Апанасов П.Т. Сборник задач по математике

Вопросы для получения зачета по работе:

1. Определение дифференциального уравнения, привести примеры.
2. Что называется порядком дифференциального уравнения?
3. Что такое общее и частное решения дифференциального уравнения?
4. Какое дифференциальное уравнение называется уравнением с разделенными переменными?
5. Какое дифференциальное уравнение называется уравнением с разделяющимися переменными?

Оформление отчета

1. Тема, цель
2. Решение задач.
3. Ответы на контрольные вопросы
4. Вывод по работе.

Практическая работа №7

Тема: «РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С РАЗДЕЛЯЮЩИМИСЯ ПЕРЕМЕННЫМИ»..

Цель работы: Научиться решать дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными

Оснащение рабочего места:

1. Настоящая методическая разработка
2. Учебная литература
3. Справочники
4. Тетрадь для практических работ

Последовательность выполнения работы:

1. Получение индивидуального задания
2. Изучение теоретического материала по методической разработке
3. Выполнение заданий
4. Ответы на вопросы

Теоретический материал .

Определение 1: Дифференциальным уравнением называется уравнение, содержащее производные искомой функции или ее дифференциалы.

Решить дифференциальное уравнение – значит найти такую функцию, подстановка которой в это уравнение обращает его в тождество. Эта функция называется **решением** дифференциального уравнения.

Определение 2. Решение, содержащее произвольную постоянную С, называется **общим решением** дифференциального уравнения.

Решение, в которое подставлено числовое значение С, называется **частным решением** дифференциального уравнения. Значение С вычисляется при подстановке начальных данных в общее решение.

Определение 3. Наивысший порядок производной, входящий в уравнение, называется **порядком** дифференциального уравнения.

Дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными переменными

Определение 4. Уравнение вида $f(x)dx + \varphi(y)dy = 0$, где $f(x)$ и $\varphi(y)$ – данные функции, называется **уравнением с разделенными переменными**.

Каждая часть уравнения с разделенными переменными представляет собой произведение некоторого выражения, зависящего от одной переменной, на дифференциал этой переменной.

Пример. *$xdx + ydy = 0$, $2ydy = 3x^2dx$, $ds = (3t^2 - 2)dt$, $e^xdx = ydy$, $\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x}$ - уравнения с разделенными переменными.*

Решение таких уравнений выполняется непосредственным интегрированием.

Пример. *Решить уравнение $xdx + ydy = 0$. Решение. Здесь переменные разделены. Интегрируя, получим $\int x\,dx + \int ydy = C$;* $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = C$; $x^2 + y^2 = 2C$.

Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными

Определение 5. Уравнение вида $f(x)F(y)dx + \varphi(x)\Phi(y)dy = 0$, где $f(x)$, $F(y)$, $\varphi(x)$, $\Phi(y)$ – заданные функции, называется уравнением с разделяющимися переменными.

Пример. *$x(y^2 - 1)dx + y(x^2 + 1)dy = 0$, $1 + y - xy' = 0$ – дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.*

Алгоритм решения дифференциального уравнения с разделяющимися переменными:

1. Выражают производную функции через дифференциалы dx и dy.
2. Члены с одинаковыми дифференциалами переносят в одну сторону равенства и выносят дифференциал за скобку.
3. Разделяют переменные.
4. Интегрируют обе части равенства и находят общее решение.
5. Если заданы начальные условия, то находят частное решение.

В зависимости от вида уравнения некоторые пункты алгоритма решения могут быть опущены.

Пример1. *Найти общее решение уравнения $1 + y' + y + xy' = 0$.*

Решение. 1. Заменим y' на $\frac{dy}{dx}$: $1 + \frac{dy}{dx} + y + x\frac{dy}{dx} = 0$.

2. Умножим все члены равенства на dx: $dx + dy + ydx + xdy = 0$. Сгруппируем все члены, содержащие dy и dx, и запишем полученные выражения в разных частях равенства: $(1 + x)dy = -(1 + y)dx$.

3. Разделим обе части равенства на выражение $(1 + x)(1 + y)$: $\frac{dy}{1+y} = -\frac{dx}{1+x}$. 4. Интегрируя обе части равенства, имеем $\int\frac{dy}{1+y} = -\int\frac{dx}{1+x}$;

$\ln|1+y| = -\ln|1+x| + \ln C$; $\ln|1+y| = \ln\left|\frac{C}{1+x}\right|$; $1+y = \frac{C}{1+x}$; $y = \frac{C}{1+x} - 1$.

Задания для самостоятельной работы

Вариант 1

1. Решить уравнения: 1) $2ydy = 3x^2dx$ 2) $xdy + 2ydx = 0$
2. Найти частное решение дифференциального уравнения $dy = (x^2 - 1)dx$, если $y = 4$ при $x = 1$.

Вариант 2

1. Решить уравнения: 1) $2y^2dy = 3xdx$ 2) $x^2dy = y^2dx$
2. Решить уравнение $ds = (3t^2 - 2)dt$, если $s = 0$ при $t = 1$.

Вариант 3

1. Решить уравнения: 1) $2ydy = (1 - 3x^2)dx$. 2) $y' = x$
2. Найти частное решение уравнения $2ydx = (1+x)dy$, если $y = 4$ при $x = 1$.

Вариант 4

1. Решить уравнения: 1) $(2-y)dy = xdx$ 2) $y' = x$
2. Найти частное решение уравнения $y' = 2+y$, если $y = 3$ при $x = 0$.

Решить уравнения:

1) $ydx - xdy = 0$

2) $(1+y)dx = (1-x)dy$ 3) $ydx + xdy = 0$

Литература:

1.Дадаян А.А. Математика. Профессиональное образование.- М, 2015
2.Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М, 2014
3.Апанасов П.Т. Сборник задач по математике

Вопросы для получения зачета по работе:

1. Определение дифференциального уравнения, привести примеры.
2. Что называется порядком дифференциального уравнения?
3. Что такое общее и частное решения дифференциального уравнения?
4. Какое дифференциальное уравнение называется уравнением с разделенными переменными?
5. Какое дифференциальное уравнение называется уравнением с разделяющимися переменными?

Оформление отчета

1. Тема, цель
2. Решение задач.
3. Ответы на контрольные вопросы
4. Вывод по работе.

Практическая работа №8
Тема: РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Цель работы: Научиться решать дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

Оснащение рабочего места:

1. Настоящая методическая разработка
2. Учебная литература
3. Справочники
4. Тетрадь для практических работ

Последовательность выполнения работы:

1. Получение индивидуального задания
2. Изучение теоретического материала по методической разработке
3. Выполнение заданий
4. Ответы на вопросы

Теоретический материал .

Определение 1. **Линейным однородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами** называется уравнение вида $y'' + py' + qy = 0$, где p и q – постоянные величины.

Теорема 1: Если функция $y = y_1$ – решение уравнения $y'' + py' + qy = 0$, то функция $y = ay_1$, где a – постоянный множитель, также является решением этого уравнения.

Теорема 2: Если функции $y = y_1$ и $y = y_2$ -решения уравнения $y'' +py' + qy = 0$, то функция $y = y_1 + y_2$ также является решением этого уравнения.

Определение 2. Два частных решения уравнения $y'' + py' + qy = 0$ называются линейно независимыми, если одно из них не может быть представлено как другое, умноженное на некоторый постоянный множитель, т.е. $y_2 \neq ay_1$ ни при каких значениях a.

Теорема 3: Если $y = y_1$ и $y = y_2$ – линейно независимые частные решения уравнения $y'' + py' + qy = 0$, то его общее решение имеет вид $y = C_1y_1 + C_2y_2$, где C_1 и C_2 – произвольные постоянные.

Эйлер предложил искать частное решение в виде $y = e^{kx}$, где k – постоянная величина, которую нужно подобрать. При различных значениях k функции $y = e^{kx}$ будут линейно независимы.

Пример1. *Решить уравнение* $y'' - 3y' + 2y = 0$.

Подставим функцию $y = e^{kx}$ *и ее производные* $y' = k e^{kx}$ *и* $y'' = k^2 e^{kx}$ *в данное уравнение:*

$k^2 e^{kx} - 3 k e^{kx} + 2e^{kx} = 0$. *Выносим* e^{kx} *за скобки:* $e^{kx}(k^2 - 3 k + 2) = 0$. *Т.к.* $e^{kx} \neq 0$, $k^2 - 3 k + 2 = 0$. *Решаем полученное квадратное уравнение относительно k:* $k_1 = 1$, $k_2 =2$.

Значит частные решения данного уравнения таковы: $y_1 = e^x$, $y_2 = e^{2x}$. *Общее решение уравнения имеет вид:* $y = C_1e^x + C_2 e^{2x}$.

Уравнение $k^2 + pk + q = 0$ называется **характеристическим** для данного дифференциального уравнения. Чтобы получить это уравнение, достаточно заменить y'', y' ,y соответственно на k^2, k, 1.

Алгоритм решения линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами:

Дифференциальное уравнение	$y'' + py' + qy = 0$		
Характеристическое уравнение	$k^2 + pk + q = 0$		
Дискриминант	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
Корни характеристического уравнения	$k_1 \neq k_2$	$k_1 = k_2$	$k_1 = a + bi$ $k_2 = a - bi$
Множества решений	$y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$	$y = C_1 e^{kx} + C_2 x e^{kx}$	$y = e^{ax}(C_1 \cos bx + C_2 \sin bx)$

Задания для самостоятельной работы

Вариант 1

1. Найти общее решение уравнения: а) $y'' + 3y' = 0$ б) $y'' - 5y' + 6y = 0$
2. Найти частное решение уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям:

$y'' + 3y' + 2y = 0$, если $y = -1$, $y' = 3$ при $x = 0$.

Вариант 2

1. Найти общее решение уравнения: а) $y'' + y' + y = 0$ б) $y'' + 6y' + 13y = 0$
2. Найти частное решение уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям:

$y'' + 2y' + 5y = 0$, если $y = 1$, $y' = 1$ при $x = 0$.

Вариант 3

1. Найти общее решение уравнения: а) $y'' - 2y' + y = 0$ б) $y'' + 10y' - 11y = 0$
2. Найти частное решение уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям:

$y'' - 4\sqrt{2}\,y' + 6y = 0$, если $y = -3$, $y' = \sqrt{2}$ при $x = 0$.

Вариант 4

1. Найти общее решение уравнения: а) $y'' - y' - 12y = 0$ б) $y'' + 49y' = 0$
2. Найти частное решение уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям:

$y'' + 4y' + 4y = 0$, если $y = 1$, $y' = -1$ при $x = 0$.

Вариант 5

1. Найти общее решение уравнения: а) $y'' - 22y' + 121y = 0$ б) $y'' - 4y' + 8y = 0$
2. Найти частное решение уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям:

$y'' + 3y' + 2y = 0$, если $y = -1$, $y' = 3$ при $x = 0$.

Вариант 6

1. Найти общее решение уравнения: а) $y'' + 3y' = 0$ б) $y'' - 5y' + 6y = 0$
2. Найти частное решение уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям:

$y'' - 10y' + 25y = 0$, если $y = 2$, $y' = 8$ при $x = 0$.

Вариант 7

1. Найти общее решение уравнения: а) $y'' + 24y' + 144 = 0$ б) $y'' - 2y' + 3y = 0$
2. Найти частное решение уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям:

$y'' - y = 0$, если $y = 0$, $y' = 1$ при $x = 0$.

Вариант 8

1. Найти общее решение уравнения: а) $y'' + 4y' + 4y = 0$ б) $y'' - 3y' + 2y = 0$

2. Найти частное решение уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям:

$y'' + 2y' - 8y = 0$, если $y = 4$, $y' = -4$ при $x = 0$.

Вариант 9

1. Найти общее решение уравнения: а) $y'' + 12y' + 36y = 0$ б) $y'' - 8y' = 0$

2. Найти частное решение уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям:

$y'' - 2y' + y = 0$, если $y = 4$, $y' = 2$ при $x = 0$.

Литература:

1.Дадаян А.А. Математика. Профессиональное образование.- М, 2015

2.Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М, 2014

3.Апанасов П.Т. Сборник задач по математике

Вопросы для получения зачета по работе:

1. Определение дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
2. Какое уравнение является характеристическим для д.у. 2-го порядка с постоянными коэффициентами?
3. Сформулируйте алгоритм решения д.у. 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Оформление отчета

1. Тема, цель
2. Решение задач.
3. Ответы на контрольные вопросы
4. Вывод по работе.

Практическая работа №9

Тема: ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЕФОРМАЦИИ СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ, КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ, ПРОИСХОДЯЩИХ В СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ

Цель работы: познакомиться с применением дифференциальных уравнений в различных областях строительства

Оснащение рабочего места:

1. Настоящая методическая разработка
2. Учебная литература
3. Справочники
4. Тетрадь для практических работ

Последовательность выполнения работы:

1. Получение индивидуального задания
2. Изучение теоретического материала по методической разработке
3. Выполнение заданий
4. Ответы на вопросы

ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ПОДГОТОВКА СТРОИТЕЛЕЙ ЧЕРЕЗ РЕШЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Изменения, происходящие в обществе, и, как следствие, изменения в сфере образования предъявляют новые требования к его результатам. Улучшение подготовки специалистов различных направлений невозможно без высокого уровня математической подготовки. Поэтому важной составной частью повышения качества обучения является совершенствование методов обучения, которые обеспечивают глубокое и прочное усвоение знаний и умений.

Велика роль задач в профессиональной направленности математической подготовки студентов строительных специальностей. Задачи выступают основным средством формирования качеств личности, необходимых для выполнения основных видов профессиональной деятельности.

Переходя к понятию профессионально ориентированной задачи в строительстве, заметим, что в качестве задачной ситуации в ней выступает некая модель профессиональной ситуации, в которой по известным характеристикам профессионального объекта или явления надо найти другие его характеристики или свойства. Разрешение или исследование представленной профессиональной ситуации способствует развитию у субъекта определенных профессиональных качеств.

Таким образом, профессионально ориентированная математическая задача – это задача, условие и требование которой определяют собой модель некоторой ситуации, возникающей в профессиональной деятельности инженера-строителя, а исследование этой ситуации средствами математики способствует профессиональному развитию личности студента.

Вышесказанное позволяет нам сформулировать требования, предъявляемые к профессионально ориентированным задачам, используемым в рамках математической подготовки будущего строителя:

1) задача должна описывать ситуацию, возникающую в профессиональной деятельности инженера-строителя;

2) в задаче должны быть неизвестны характеристики некоторого профессионального объекта или явления, которые надо исследовать субъекту по имеющимся известным характеристикам с помощью средств математики;

3) решение задач должно способствовать прочному усвоению математических знаний, приемов и методов, являющихся основой профессиональной деятельности инженера- строителя;

4) задачи должны обеспечить усвоение взаимосвязи математики с общетехническими и специальными дисциплинами;

5) содержание задачи и ее решение требуют знаний по специальным предметам;

6) содержание профессионально ориентированной математической задачи определяет пропедевтический этап изучения понятий специальных дисциплин;

7) решение задач должно обеспечивать математическое и профессиональное развитие личности инженера-строителя.

На примере темы «**Обыкновенные дифференциальные уравнения»** покажем задачи, способствующие формированию профессиональных качеств личности.

Анализ программы по теме «Обыкновенны дифференциальные уравнения» позволяет выделить такие дидактические единицы темы, как: дифференциальное уравнение и его порядок; общее и частное решение уравнения; интегральная кривая; типы дифференциальных уравнений и соответствующие им методы решения. Задачи различных учебных пособий можно разделить на три группы, выделяя в каждой из них основные.

Первая группа – это группа, состоящая из задач, связанных с процессами выделения тепла.

Задача 1. Интенсивность тепловыделения бетона q пропорциональна не выделившемуся к данному моменту времени количеству тепла: $q = \frac{dQ}{d\tau} = m(Q_{max} - Q)$, где $Q_{max} = const$ – максимальное количество тепла, которое может выделиться в бетоне данного состава при полной гидратации цемента, m – параметр, зависящий от типа цемента (для бетонов на портландцементе он изменяется в пределах от 0,010 – 0,015 1/ч). Определить функцию интенсивности тепловыделения бетона.

Задача 2. По закону Ньютона скорость охлаждения какого-либо тела в воздухе пропорциональна разности между температурой тела и температурой воздуха: $\frac{dT}{dt} = k(T - 20)$. В комнате, где температура воздуха 20° С, кирпич остывает за 20 мин. со 150° до 110°. Найти закон охлаждения кирпича; через сколько времени температура вынутого из печи кирпича понизится до 30°? Повышением температуры в комнате пренебречь.

Вторая группа содержит задачи на исследование деформации строительных сооружений и колебательных процессов, происходящих в строительных конструкциях.

Задача 1. Балка (с модулем упругости E и моментом инерции J) наглухо заделана в конце O и подвергается действию сосредоточенной вертикальной силы P, приложенной к концу балки L на расстоянии l от места закрепления (рис. 1). Определить прогиб балки h на конце балки L.

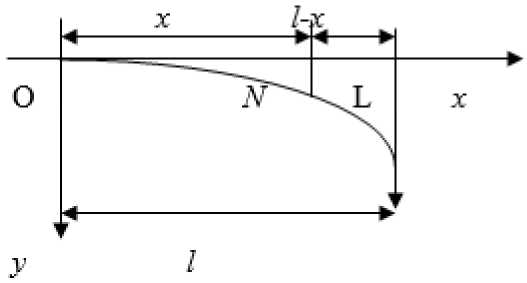


Рис. 1

Задача 2. Дифференциальное уравнение $x + 2hx + \omega^2 x = 0$ $(0 < h \leq \omega)$ описывает свободные колебательные процессы в строительных конструкциях. Решением данного уравнения являются интегральные кривые (рис. 2):

а) при $h > \omega$ б) при $h = \omega$ в) при $h < \omega$

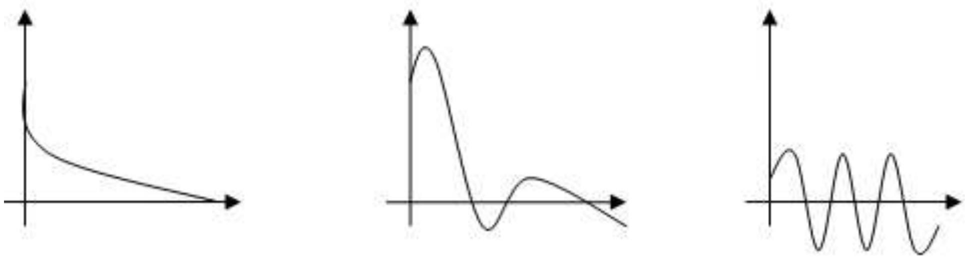


Рис. 2

Исследовать поведение интегральной кривой при $t \to \infty$ и определить характер колебаний.

Третья **группа состоит из задач, в которых рассматривается скорость протекания процессов.**

Задача 1. Машина перевозит щебень с места добычи до места назначения со скоростью ν $= at$. Зная, что $S'(t) =$ ν(t), определить, через сколько времени машина доедет до места назначения, если расстояние между пунктами равно S.

Задача 2. Свободно висящий на крюке строительного крана канат соскальзывает с него под действием силы тяжести (трением можно пренебречь). Определить, за какое время соскользнет с крюка весь канат, если в начальный момент канат покоился, а длина каната с одной стороны крюка была равна 10 м, с другой – 8 м.

Выделенные ключевые задачи по теме «Дифференциальные уравнения» позволяют формировать следующие умения:

- определение изменения температур математическими методами;
- исследование деформации строительной конструкции с помощью математических расчетов;
- исследование колебательных процессов, происходящих в строительных конструкциях;

- применение методов решения дифференциальных уравнений к исследованию различных процессов;
- представление о взаимосвязи методов решения дифференциальных уравнений с дисциплинами специализации.

Правильное решение одной профессионально ориентированной задачи не корректно считать свидетельством сформированности профессиональных умений. Только систематическое и целенаправленное применение задач профессионального содержания на аудиторных занятиях (лекции, практические занятия) и внеаудиторных (подготовка докладов и рефератов на заданную тему, выполнение расчетных, курсовых работ) служит средством формирования профессионально значимых качеств личности.

На примере рассмотренной ниже задачи нам хотелось бы подчеркнуть значимость математики в профессиональной деятельности будущих строителей. Для ее решения студент должен обладать:

- определенным уровнем сформированности профессионального умения, а именно, умения определять распределение в строительных изделиях математическими методами;
- иллюстрации связей раздела «Уравнения математической физики» с дисциплиной специализации «Конструкции из дерева и пластмасс»;
- развитием профессиональной мотивации при изучении данного раздела математики.

Задача. Одна из граней длинного прямоугольного бруса (рис. 3) поддерживается при заданной температуре, на остальных гранях T=0. Найти установившуюся температуру в произвольной точке внутри бруса [3].

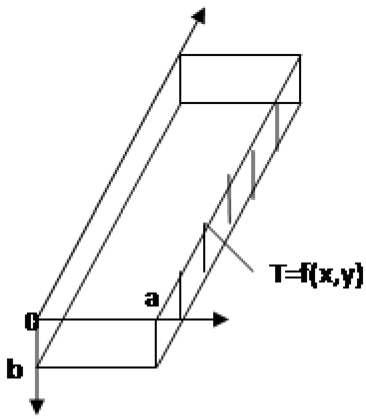


Рис.3

На основе анализа решения задачи составляется математическая модель задачи в виде уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0$$

, удовлетворяющего двум парам краевых условий:

$$T/_{x=0}=0,\ T/_{x=a}=f(y),$$

$T/_{y=0} = 0,\ T/_{y=b} = 0$.

Применяя метод Фурье к решению данного уравнения, студенты находят функцию $T(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n \frac{sh\frac{n\pi x}{b}}{sh\frac{n\pi a}{b}} \sin\frac{n\pi y}{b}$, где $f_n = \frac{2}{b}\int_0^b f(y)\sin\frac{n\pi y}{b}dy$, определяющую установившуюся температуру в произвольной точке внутри бруса.

Литература:

1. Ермолаева Е.И. Проблемы усвоения математических знаний студентами технических вузов // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. – 2015. - № 7. – С. 270-272.
2. Ермолаева Е.И., Куимова Е.И. О важности фундаментальной математической подготовки студентов по направлению «Строительство» // Известия ПГПУ им. В.Г.Белинского. Физико-математические и технические науки, Пенза, 2011. -№26. – С. 463-468.
3. Куимова Е.И., Куимова К.А., Ячинова С.Н. Формирование мотивационной составляющей обучения на примере изучения дифференциальных уравнений // Молодой ученый. – 2014. - № 2(61). – С. 775-777.
4. Несис Е. И. Методы математической физики: Учебн. пособие для студентов физ-мат. фак. пед. ин-тов. – М.: Просвещение, 1977. – 198с.
5. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. – М.: Просвещение, 2015. – 255 с.
6. Крымская Ю.А., Титова Е.И., Ячинова С.Н. ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ПОДГОТОВКА СТРОИТЕЛЕЙ ЧЕРЕЗ РЕШЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 2;

Практическая работа №10
Тема: ОПРЕДЕЛЕНИЕ СХОДИМОСТИ РЯДОВ ПО ПРИЗНАКАМ ДАЛАМБЕРА И ЛЕЙБНИЦА.

Цель работы: Научиться исследовать числовые ряды на сходимость по признакам Даламбера и Лейбница

Оснащение рабочего места:
1. Настоящая методическая разработка
2. Учебная литература
3. Справочники
4. Тетрадь для практических работ

Последовательность выполнения работы:

1. Получение индивидуального задания
2. Изучение теоретического материала по методической разработке
3. Выполнение заданий
4. Ответы на вопросы

Теоретический материал .

Пусть задана числовая последовательность a_n, $n \in N$. Тогда последовательность $S_n = a_1 + \ldots + a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$, $n \in N$, называется **числовым рядом** и обозначается $a_1 + \ldots + a_n + \ldots$ или $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Числа a_1, a_2, …называются **членами ряда**, соответственно первым, вторым и т.д., a_n называется **n-м** или **общим членом ряда**.

Суммы $S_1 = a_1$, $S_2 = a_1 + a_2, \ldots, S_n = a_1 + \ldots + a_n$, называются **частичными суммами ряда**.

Ряд называется **сходящимся**, если последовательность его частичных сумм сходится. Если последовательность частичных сумм ряда расходится, то он называется **расходящимся**.

Следовательно, ряд называется сходящимся, если существует предел $S = \lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} a_k$. Этот предел называется **суммой ряда**.

Если ряд сходится и S – его сумма, то будем писать $S = \sum_{k=1}^{n} a_k$.

Необходимый признак сходимости ряда:

Если ряд сходится, то его общий член стремится к нулю, т.е. $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.

Признак Даламбера. Если для ряда с положительными членами $a_1 + \ldots + a_n + \ldots$ отношение (n + 1)-го члена к n-му при $n \to \infty$ имеет конечный предел b, т.е. $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = b$, то: 1) в случае $b < 1$ ряд сходится; 2) в случае $b > 1$ ряд расходится.

Если $b = 1$, то ряд может как сходиться, так и расходиться.

Степенным рядом называется ряд вида $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$, где x_0, a_0, a_1, …, a_n – заданные числа и x принимает действительные значения. Если $x_0 = 0$, то степенной ряд имеет вид $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$.

Задания

Исследовать ряды на сходимость по признаку Даламбера:

Вариант 1

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{3^n}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{10^n}$ 3) $\frac{1}{2}+\frac{3}{2^2}+\frac{5}{2^3}+\ldots+\frac{2n-1}{2^n}+\ldots$

4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(2n-1)!}$ 5) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{n}\right)^n$ 6) $\frac{1}{10}+\frac{1\cdot 2}{10^2}+\frac{1\cdot 2\cdot 3}{10^3}+\ldots+\frac{n!}{10^n}+\ldots$

Вариант 2

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{n!}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n}$ 3) $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}+\ldots$

4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n!}$ 5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{2^n}$ 6) $1+\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\ldots+\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n}+\ldots$

Вопросы для получения зачета по работе:

1. Дайте определение числового ряда
2. Что называется частичными суммами ряда?
3. Какой ряд называется сходящимся? Расходящимся?
4. Сформулируйте необходимый признак сходимости ряда.
5. Сформулируйте признак Даламбера.
6. Какой ряд называется знакопеременным? Знакочередующимся? Функциональным? Степенным?

Литература:

1. Дадаян А.А. Математика. Профессиональное образование.- М, 2015
2. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М, 2014

Оформление отчета

1. Тема, цель
2. Решение задач.
3. Ответы на контрольные вопросы
4. Вывод по работе.

Практическая работа №11

Тема: РЕШЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ЗАДАЧ НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРЕМЫ СЛОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Цель работы: Научиться решать простейшие задачи на определение вероятностей с использованием теоремы сложения вероятностей

Оснащение рабочего места:

1. Настоящая методическая разработка
2. Учебная литература
3. Справочники
4. Тетрадь для практических работ

Последовательность выполнения работы:

1. Получение индивидуального задания
2. Изучение теоретического материала по методической разработке
3. Выполнение заданий
4. Ответы на вопросы

Краткий теоретический материал

Событие – это факт, который при осуществлении определенных условий может произойти или нет. События обозначают большими буквами латинского алфавита A, B, C…

События бывают достоверные, невозможные и случайные.

Достоверное событие – это событие, которое в результате испытания непременно должно произойти.

Невозможное событие – это событие, которое в результате испытания не может произойти.

Случайное событие – это событие, которое при испытаниях может произойти или не произойти. Те или иные события реализуются с различной возможностью.

События называются **несовместными**, если в результате данного испытания появление одного из них исключает появление другого.

События называются **совместными**, если в результате данного испытания появление одного из них не исключает появление другого.

События называются **равновозможными**, если нет оснований считать, что одно из них происходит чаще, чем другое.

Вероятность события – это число, характеризующее степень возможности появления событий при многократном повторении событий. Вероятность обозначается буквой P.

Классическое определение вероятности: **Вероятностью** P(A) события A называется отношение числа благоприятствующих исходов m к общему числу равновозможных несовместных исходов n: $\mathbf{P(A)} = \frac{m}{n}$**.**

Пример. Найти вероятность выпадения числа, кратного 3 при одном бросании игрального кубика. Решение: Событие A – выпадение числа, кратного 3. Этому событию благоприятствуют два исхода: числа 3 и 6, т.е. m = 2. Общее число исходов состоит в выпадении чисел: 1,2,3,4,5,6, т.е. n= 6. Тогда искомая вероятность, по определению, равна отношению числа благоприятствующих исходов к числу всех исходов: $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Пример. В урне 10 белых, 5 красных и 5 зеленых шаров. Найти вероятность того, что вынутый наугад шар будет цветным (не белым). Решение: Число исходов, благоприятствующих событию A, равно сумме красных и зеленых шаров: m = 10. Общее число равновозможных несовместных исходов равно общему числу шаров в урне: n = 20. Тогда: P(A) = $\frac{m}{n}$ = $\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$.

Суммой конечного числа событий называется событие, состоящее в наступлении хотя бы одного из них. (A + B).

Теорема. Вероятность суммы двух несовместных событий A и B равна сумме вероятностей этих событий: **P(A +B) = P(A) + P(B).** (эта теорема распространяется на конечное число попарно несовместных событий).

Пример. Найти вероятность выпадения цифры 2 или 3 при бросании игральной кости. Решение: Событие A – выпадение цифры 2, вероятность этого события P(A) = $\frac{1}{6}$. Событие B – выпадение цифры 3, вероятность этого события P(B) = $\frac{1}{6}$. События несовместные, поэтому P(A+B) = P(A) + P(B) = $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

Пример. Получена партия одежды в количестве 40 штук. Из них 20 комплектов мужской одежды, 6 – женской и 14 – детской. Найти вероятность того, что взятая наугад одежда окажется не женской. Решение: Событие A – одежда мужская, вероятность P(A) = $\frac{20}{40}$ = $\frac{1}{2}$. Событие B – одежда женская, P(B) = $\frac{6}{40}$ = $\frac{3}{20}$. Событие C – одежда детская, P(C) = $\frac{14}{40}$ = $\frac{7}{20}$. Тогда P(A+C) = P(A) + P(C) = $\frac{1}{2}+\frac{7}{20}=\frac{17}{20}$.

Задания для практического решения

Классическое определение вероятности

1. Из букв слова «вероятность» наугад выбирается одна буква. Какова вероятность того, что выбранная буква будет: A – согласной; B – гласной; C – буква «о».
2. Все натуральные числа от 1 до 30 написаны на одинаковых карточках и положены в урну. После тщательного перемешивания карточек из урны извлекается одна карточка. Какова вероятность того, что число на взятой карточке окажется кратным 5?
3. Бросаются две монеты. Какова вероятность того, что обе монеты упадут «решкой» кверху?
4. В урне 6 белых и 4 черных шаров. Из урны вынимают один шар и откладывают в сторону. Этот шар оказался белым. После этого из урны вынимают еще один шар. Найти вероятность того, что этот шар тоже будет белым?
5. Наудачу выбрано натуральное число, не превосходящее 10. Какова вероятность того, что это число является простым?
6. Набирая номер телефона, абонент забыл одну цифру, и набрал ее наугад. Какова вероятность того, что набранная цифра правильная?

Теорема сложения вероятностей

1. В ящике находятся пуговицы различных цветов: белых – 50%, красных – 20%, зеленых – 20%, синих – 10%. Какова вероятность того, что взятая наугад пуговица окажется синего или зеленого цвета.
2. Вероятность того, что стрелок, произведя выстрел, выбивает 10 очков, равна 0,4; 9 очков – 0,3 и 8 или меньше очков – 0,3. Найти вероятность того, что стрелок при одном выстреле выбьет не менее 9 очков.

3. В магазин поступили телевизоры, 60% которых поставило первое предприятие, 25% - второе и 15% - третье. Какова вероятность того, что купленный телевизор изготовлен на первом или третьем предприятии.
4. При записи фамилий участников соревнований, общее число которых 420, оказалось, что начальной буквой фамилий у 10 из них была А, у 6 – Е, у 9 – И, у 12 – О, у 5 – У, у 3 – Ю, у всех остальных фамилия начиналась с согласной. Определить вероятность того, что фамилия участника начинается с гласной.
5. Из колоды в 36 карт наудачу вынимается одна. Какова вероятность того, что будет вынута пика или туз?
6. Брошена игральная кость. Найти вероятность того, что выпадет четное или кратное трем число очков.

Литература:

1.Дадаян А.А. Математика. Профессиональное образование.- М, 2015
2.Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М, 2014
3.Апанасов П.Т. Сборник задач по математике

Вопросы для получения зачета по работе:

1. Определение события, виды событий
2. Определение вероятности события, классическое определение вероятности
3. Формулировка теоремы сложения вероятностей

Оформление отчета

1. Тема, цель
2. Решение задач.
3. Ответы на контрольные вопросы
4. Вывод по работе.

Практическая работа №13
Тема СОСТАВЛЕНИЕ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Цель: овладение практическими навыками и закрепление теоретического материала по теме «Числовые характеристики ДСВ».

Оснащение рабочего места:

1. Настоящая методическая разработка
2. Учебная литература
3. Справочники
4. Тетрадь для практических работ

Последовательность выполнения работы:

1. Получение индивидуального задания
2. Изучение теоретического материала по методической разработке
3. Выполнение заданий
4. Ответы на вопросы

Теоретический материал

Опр.: ***Случайной*** называют величину, которая в результате испытания примет одно и только одно возможное значение, наперед не известное и зависящее от случайных причин, которые заранее не могут быть учтены.

Опр: ***Дискретной*** (прерывной) величиной называют случайную величину, которая принимает отдельные, изолированные возможные значения с определенными вероятностями.

Опр.: ***Законом распределения ДСВ*** называют соответствие между возможными значениями и их вероятностями; его можно задать таблично, аналитически (в виде формулы) и графически.

При табличном задании закона распределения ДСВ первая строка таблицы содержит возможные значения, а вторая – их вероятности:

x	x_1	x_2	. . .	x_n
p	p_1	p_2	. . .	p_n

Числовые характеристики ДСВ:

1. Математическое ожидание: $M(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \ldots + x_n p_n$
2. Дисперсия: $D(x) = M(X - M(X))^2$ или $D(x) = M(X^2) - (M(x))^2$
3. Среднее квадратическое отклонение: $\sigma(x) = \sqrt{D(x)}$

Опр: ***Непрерывной*** случайной величиной называют случайную величину у которой функция распределения есть непрерывная, кусочно-дифференцируемая функция с непрерывной производной.

Вероятность того, что случайная величина примет значение, заключенное в интервале (a, b)вычисляется по формуле:

1 способ: $P(a \le X < b) = F(b) - F(a)$.

2 способ: $P(x_1 < X < x_2) = \int\limits_{x_1}^{x_2} f(x)dx$

Опр: ***Плотностью распределения вероятности*** НСВ X называют функцию $f(x)$ - первую производную от функции распределения $F(x)$:

$$f(x) = F'(x).$$

Числовые характеристики НСВ:

1. Математическим ожиданием НСВ X: $M(X) = \int\limits_b^a x \cdot f(x)dx$

2. Дисперсия НСВ X: $D(X) = \int\limits_b^a [x - M(X)]^2 \cdot f(x)dx$ или $D(X) = \int\limits_b^a x^2 \cdot f(x)dx - [M(X)]^2$

3. Среднее квадратическое отклонение НСВ X: $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$

<u>**Пример 1**</u>: Задана ДСВ X

x_i	2	5	9
p_i	0.3	0.4	0.3

Найти: 1) Функцию распределения F(x) ДСВ и построить ее график.

2) M(x), D(x),б(x).

Решение:

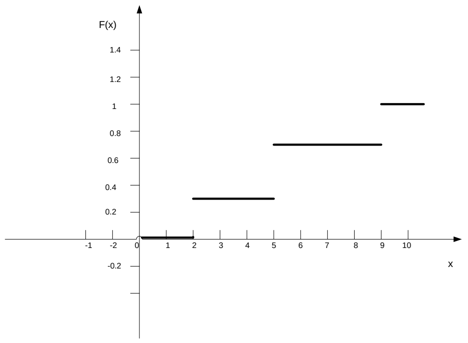
1) x < 2 $F(x) = \sum_i P(X = x_i) = 0$

2 < x < 5 $F(x) = \sum_i P(X = x_i) = P(X = 2) = 0{,}3$

5 < x < 9 $F(x) = \sum_i P(X = x_i) = P(X = 2) + P(X = 5) = 0{,}7$

x > 9 $F(x) = \sum_i P(X = x_i) = P(X = 2) + P(X = 5) + P(X = 9) = 1$

Тогда получим, $F(x) = \begin{cases} 0 & x < 2 \\ 0{,}3 & 2 < x < 5 \\ 0{,}7 & 5 < x < 9 \\ 1 & x > 9 \end{cases}$



2) а) $M(x)=\sum_{i=1}^{n} x_i p_i$; $M(x)=2\cdot 0.3+5\cdot 0.4+9\cdot 0.3=5.3$

б) $D(x)=M(X^2)-(M(x))^2$; $M(X^2)=2^2\cdot 0.3+5^2\cdot 0.4+9^2\cdot 0.3=35.5$

$$D(x)=35.5-(5.3)^2=7.41$$

в) $\sigma(x)=\sqrt{D(x)}$ $\sigma(x)=\sqrt{7{,}41}=2{,}722$

Задания для самостоятельной работы.

1. Задана ДСВ Х. Найти:

А) Функцию распределения F(x) ДСВ и построить ее график.

Б) M(x), D(x), б(x).

1.

x_i	0	1	3
p_i	0.4	0.2	0.4

2.

x_i	1	2	3	4
p_i	0.2	0.3	0.4	0.1

3.

x_i	0	2	3	4
p_i	0.5	0.1	0.2	0.2

4.

x_i	4	9	12
p_i	0.8	0.1	0.1

5.

x_i	2	5	7
p_i	0.3	0.5	0.2

6.

x_i	4	5	6
p_i	0.3	0.2	0.5

7.

x_i	6	10	18	20
p_i	0.1	0.1	0.5	0.3

8.

x_i	4	5	8
p_i	0.5	0.2	0.3

9.

x_i	0	1	2	3
p_i	0.4	0.3	0.2	0.1

Контрольные вопросы:

1. Как вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение ДСВ?
2. Способы вычисления вероятности попадания НСВ в заданный интервал?

Литература:

1.Дадаян А.А. Математика. Профессиональное образование.- М, 2015
2.Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М, 2014
3.Апанасов П.Т. Сборник задач по математике

Оформление отчета

1. Тема, цель
2. Решение задач.
3. Ответы на контрольные вопросы
4. Вывод по работе.

Практическая работа №14

Тема: НАХОЖДЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ, НАХОЖДЕНИЕ ДИСПЕРСИИ.

Цель работы: Научиться решать задачи на нахождение математического ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения дискретной случайной величины, заданной законом распределения

Оснащение рабочего места:

1. Настоящая методическая разработка
2. Учебная литература
3. Справочники
4. Тетрадь для практических работ

Последовательность выполнения работы:

1. Получение индивидуального задания
2. Изучение теоретического материала по методической разработке
3. Выполнение заданий
4. Ответы на вопросы

Краткий теоретический материал

Случайной называют величину, которая принимает в результате испытания то или иное возможное значение, заранее неизвестное, меняющееся от испытания к испытанию и зависящее от случайных обстоятельств.

Случайные величины могут быть дискретными и непрерывными.

Дискретной называют такую случайную величину, которая принимает счетное множество значений, т.е. такое множество, элементы которого можно подсчитать.

Непрерывной называют такую случайную величину, которая может принимать любые значения в определенном интервале.

Случайная величина **считается заданной**, если известен закон распределения случайной величины.

Распределение дискретной случайной величины может быть задано в виде таблицы (ряд распределения), в графическом и аналитическом виде.

Математическое ожидание характеризует положение случайной величины на числовой оси, определяя некоторое среднее значение, около которого сосредоточены все возможные значения случайной величины.

Математическое ожидание дискретной случайной величины равно сумме произведений всех возможных ее значений на соответствующие вероятности:

$$\mathbf{M(x) = x_1p_1 + x_2p_2 + \ldots + x_np_n} = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i \quad \mathbf{(1)}$$

Пример. Найти математическое ожидание дискретной случайной величины X, зная закон ее распределения:

X	-1	0	1	2	3
p	0,05	0,2	0,4	0,3	0,05

Решение: По формуле математического ожидания дискретной случайной величины находим: $M(x) = -1 \cdot 0{,}05 + 0 \cdot 0{,}2 + 1 \cdot 0{,}4 + 2 \cdot 0{,}3 + 3 \cdot 0{,}05 = 11.$

Случайную величину X – M называют отклонением величины от ее математического ожидания.

Дисперсия характеризует рассеяние (отклонение) случайной величины относительно математического ожидания.

Математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины X от ее математического ожидания M(X) называют **дисперсией случайной величины** X и обозначают D(X), т.е.

$D(X) = M(X – M(X))^2$.   (4)

Для дискретных случайных величин эту формулу можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{D(X)} = \sum_{i=1}^{n}\left[x_i - M(X)\right]^2 p_i \quad \mathbf{(5)} \qquad \textbf{или} \qquad \mathbf{D(X) = M(X^2) - (M(X))^2}$$

Размерность дисперсии равна квадрату случайной величины и ее неудобно использовать для характеристики разброса, поэтому удобнее применять корень квадратный из дисперсии – **среднее квадратическое отклонение**. Эта величина дает представление о размахе колебаний случайной величины около математического ожидания: $\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{D(X)}$ **(7)**

Пример. Случайная величина задана рядом распределения:

X	-1	0	1	2
p	0,1	0,3	0,4	0,2

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой величины.

Решение: Для нахождения математического ожидания воспользуемся формулой (1), для дисперсии (5), а для среднего квадратического отклонения (7). Результаты вычисления сведем в таблицу:

x	p_i	$x_i p_i$	$x_i – M(X)$	$(x_i – M(X))^2$	$(x_i – M(X))^2 p_i$
-1	0,1	-0,1	-1,7	2,89	0,289
0	0,3	0	-0,7	0,49	0,147
1	0,4	0,4	0,3	0,09	0,036
2	0,2	0,4	1,3	1,69	0,338
∑	1	0,7			0,81

Из таблицы следует, что M(X) = 0,7, D(X) = 0,81, σ = 0,9.

Задания для самостоятельного решения

1. Случайная величина X задана законом распределения:

X_i	2	3	10
p_i	0,1	0,4	0,5

Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение этой величины.

2. Найти дисперсию случайной величины X, зная закон ее распределения:

X_i	0,1	2	10	20
p_i	0,4	0,2	0,15	0,25

3. Найти дисперсию случайной величины X, зная закон ее распределения:

X_i	-1	1	2	3
p_i	0,48	0,01	0,09	0,42

4. Найти среднее квадратическое отклонение случайной величины X, зная закон ее распределения:

X_i	-1	1	2	3
p_i	0,19	0,51	0,25	0,05

5. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X, зная закон ее распределения:

X_i	3	5	2
p_i	0,1	0,6	0,3

6. Найти дисперсию случайной величины X, которая задана законом распределения:

X_i	2	3	5
p_i	0,1	0,6	0,3

Вопросы для получения зачета по работе:

1. Определение дискретной и непрерывной случайной величины
2. Способы задания случайной величины
3. Определение математического ожидания, дисперсии, среднего квадратического отклонения случайной величины

Литература:

1.Дадаян А.А. Математика. Профессиональное образование.- М, 2015

2.Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М, 2014

3.Апанасов П.Т. Сборник задач по математике

Оформление отчета

1. Тема, цель
2. Решение задач.
3. Ответы на контрольные вопросы
4. Вывод по работе.

Практическая работа №15

Тема: НАХОЖДЕНИЕ СРЕДНЕГО КВАДРАТИЧНОГО ОТКЛОНЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ.

Цель работы: Научиться решать задачи на нахождение математического ожидания, дисперсии, среднего квадратичного отклонения дискретной случайной величины, заданной законом распределения

Оснащение рабочего места:

1. Настоящая методическая разработка
2. Учебная литература
3. Справочники
4. Тетрадь для практических работ

Содержание работы

1. Определение среднего квадратичного отклонения
2. Пример решения задач.
3. Примеры для самостоятельного решения.
4. Рекомендуемая литература.

Методические указания

1. Дисперсия имеет размерность равную квадрату размерности случайной величины. Поэтому в тех случаях, когда желательно, чтобы оценка рассеяния имела размерность случайной величины, вычисляют не дисперсию, а среднее квадратичное отклонение: $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$.

Среднее квадратичное отклонение равно корню квадратному из дисперсии, поэтому его размерность равна размерности случайной величины. Например, если X выражается в линейных метрах, то $\sigma(X)$ тоже выражается в линейных метрах, а $D(X)$ – в квадратных метрах.

2. Пример:

Найти среднее квадратичное отклонение случайной величины X, заданной следующим законом распределения:

X	*2*	*4*	*6*	*8*
P	*0.2*	*0.15*	*0.35*	*0.3*

Решение.
Найдем математическое ожидание M(X):
$M(X)=2*0.2+4*0.15+6*0.35+8*0.3= 5.5$
Составим закон распределения случайной величины X^2*:*

X^2	*4*	*16*	*36*	*64*
P	*0.2*	*0.15*	*0.35*	*0.3*

$M(X^2)=4*0.2+16*0.15+36*0.35+64*0.3=0.8+2.4+12.6+19.2=35$
$D(X)=M(X^2)-M^2(X)=35-(5.5)^2=35-30.25=4.75$
Найдем среднее квадратичное отклонение:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{4.75} = 2.18$$

Примеры для самостоятельного решения

1. Дано следующее распределение дискретной случайной величины X

X	1	2	4	5
P	0.31	0.1	0.29	0.3

Найти ее математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение, используя формулы для их определения.

2. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X:

x_i	10	20	30	40	50	60
p_i	0,24	0,36	0,20	0,15	0,03	0,02

.

Найти ее математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратичное отклонение.

3. Случайная величина X задана следующим законом распределения:

x_I	1	3	6	8
p_I	0,2	0,1	0,4	0,3

найти $M(x)$ – математическое ожидание, $D(x)$ – дисперсию, $\sigma(x)$ – среднее квадратическое отклонение случайной величины

4. Найти среднее квадратическое отклонение случайной величины X , которая задана следующим рядом распределения:

X	2	3	10
P	0,1	0,4	0,5

Литература:

1. «Алгебра и начало анализа» под ред. Яковлева Г.Н. М., 1977г.
2. Башмаков М.М.. «Математика» М., 1987г.
3. Валуцэ И.И. , Дилигул Г.Д. «Математика для техникумов» М., 1989г.
4. Ананасов П.Т., Орлов М.И. «Сборник задач по математике» М., 1987

Практическая работа №16

Тема: ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛОВ И ПЛОЩАДЕЙ ПО ФОРМУЛАМ ПРЯМОУГОЛЬНИКОВ. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ

Цель работы: Научиться использовать методы приближенного вычисления для вычисления определенного интеграла.

Оснащение рабочего места:
1. Настоящая методическая разработка
2. Учебная литература
3. Справочники
4. Тетрадь для практических работ

Последовательность выполнения работы:
1. Получение индивидуального задания
2. Изучение теоретического материала по методической разработке
3. Выполнение заданий
4. Ответы на вопросы

Теоретический материал

Краткая теория.

Решение многих задач сводится к вычислению определенных интегралов, точное выражение которых сложно, требует длительных вычислений и не всегда оправдано практически.
В этом случае часто бывает вполне достаточно найти их приближенное значение.

1**.** ***Метод прямоугольников***

Для нахождения приближенного значения интеграла $\int_a^в f(x)dx$, нужно:

1) Разделить отрезок интегрирования [a;b] на n равных частей точками
$x_0=a,x_1,x_2,\ldots,x_n = b$

2) Вычислить значение подынтегральной функции $y=f(x)$ в точках деления

$y_0=f(x)$

$y_1= f(x_1)$

………

$y_n= f(x_n)$

3) Применить одну из формул:

$$\int_a^в f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}(f(x_0)+f(x_1)+\ldots+f(x_{n-1})) \quad (1)$$

Или

$$\int_a^в f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}(f(x_1)+f(x_2)+\ldots+f(x_n)) \quad (2)$$

Пример 1. Вычислить по формуле прямоугольников определенный интеграл $\int_1^2 \frac{dx}{x}$.

Решение. Пусть =10, т.е. разбиваем интервал интегрирования на 10 частей.

$h=\frac{2-1}{10}=0{,}1$ Вычислим значение функции в точках разбиения:

$x_0=1$ $\quad y_0=\frac{1}{x_0}=\frac{1}{1}=1$ $\qquad x_1=1{,}1$ $\quad y_1=\frac{1}{x_1}=\frac{1}{1{,}1}\approx 0{,}90909$

$x_2 = 1,2 \quad y_2 = \frac{1}{x_2} = \frac{1}{1,2} \approx 0,83333$

$x_3 = 1,3 \quad y_3 = \frac{1}{x_3} = \frac{1}{1,3} \approx 0,76923$

$x_4 = 1,4 \quad y_4 = \frac{1}{x_4} = \frac{1}{1,4} \approx 0,71429$

$x_5 = 1,5 \quad y_5 = \frac{1}{x_5} = \frac{1}{1,5} \approx 0,66667$

$x_6 = 1,6 \quad y_0 = \frac{1}{x_6} = \frac{1}{1,6} \approx 0,625$

$x_7 = 1,7 \quad y_0 = \frac{1}{x_7} = \frac{1}{1,7} \approx 0,58824$

$x_8 = 1,8 \quad y_0 = \frac{1}{x_8} = \frac{1}{1,8} \approx 0,55556$

$x_9 = 1,9 \quad y_0 = \frac{1}{x_9} = \frac{1}{1,9} \approx 0,52632$

по формуле (1) получаем $\int_1^2 \frac{dx}{x} = 0,1 \cdot 7,18773 = 0,718773$

Для того, чтобы найти погрешность вычислений, надо воспользоваться формулами:

$$\Delta = \left| A_{точн} - A_{прибл} \right|$$
$$\delta = \frac{\Delta}{\left| A_{точн} \right|} \cdot 100\%$$

Пример 2. Вычислить по формуле прямоугольников $\int_2^5 x^2 dx$. Найти абсолютную и относительную погрешности вычислений.

Решение:

Разобьём отрезок [*a*, *b*] на несколько (например, на 6) равных частей. Тогда $a = 0$, $b = 3$,
$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{5-2}{6} = \frac{1}{2}$$

$x_k = a + k \,.\, \Delta x$

$x_0 = 2 + 0 \,.\, \frac{1}{2} = 2$

$x_1 = 2 + 1 \,.\, \frac{1}{2} = 2,5$

$x_2 = 2 + 2 \,.\, \frac{1}{2} = 3$

$x_3 = 2 + 3 \,.\, \frac{1}{2} = 3$

$x_4 = 2 + 4 \,.\, \frac{1}{2} = 4$

$x_5 = 2 + 5 \,.\, \frac{1}{2} = 4,5$

$f(x_0) = 2^2 = 4$
$f(x_1) = 2,5^2 = 6,25$
$f(x_2) = 3^2 = 9$
$f(x_3) = 3,5^2 = 12,25$
$f(x_4) = 4^2 = 16$
$f(x_5) = 4,5^2 = 20,25$.

x	2	2,5	3	3,5	4	4,5
y	4	6,25	9	12,25	16	20,25

По формуле (1):

$$\int_0^3 x^2 dx \approx \frac{1}{2}\cdot(4+6{,}25+9+12{,}25+16+20{,}25)=\frac{1}{2}\cdot 67{,}75=33{,}875$$

Для того, чтобы вычислить относительную погрешность вычислений, надо найти точное значение интеграла:

$$\int_2^5 x^2 dx = \left.\frac{x^3}{3}\right|_2^5 = \frac{5^3}{3}-\frac{2^3}{3}=\frac{125}{3}-\frac{8}{3}=39$$
$$\Delta = |39-33{,}875| = 5{,}125$$
$$\delta = \frac{5{,}125}{39}\cdot 100\% \approx 13{,}14\%$$

Задания для самостоятельного решения

Блок 1.

1. Вычислить по формуле прямоугольников $\int_1^2 \sqrt{x}dx$, n = 10. Оценить погрешность вычисления. Сравнить с аналитическим решением интеграла по формуле Ньютона – Лейбница.

2. Вычислить по формуле прямоугольников $\int_1^2 \sqrt{x}dx$, n = 10. Оценить погрешность вычисления. Сравнить с аналитическим решением интеграла по формуле Ньютона – Лейбница.

Блок 2.

Вычислить интегралы по формуле прямоугольников

а) $\int_1^2 \frac{dx}{x}$, n = 10

в) $\int_2^{12} \frac{dx}{x}$, n = 10

б) $\int_1^3 (x^2+1)dx$, n = 4

г) $\int_0^5 \frac{dx}{\sqrt{x+4}}$, n = 5

б) $\int_2^5 x^2 dx$, n = 10

Литература:

1.Дадаян А.А. Математика. Профессиональное образование.- М, 2015
2.Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М, 2014
3.Апанасов П.Т. Сборник задач по математике.-2015

Оформление отчета

1. Тема, цель
2. Решение задач.
3. Ответы на контрольные вопросы
4. Вывод по работе.

Практическая работа №17
Тема: ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛОВ И ПЛОЩАДЕЙ ПО ФОРМУЛАМ ТРАПЕЦИЙ. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ

Цель работы: Научиться использовать методы приближенного вычисления для вычисления определенного интеграла.

Оснащение рабочего места:
1. Настоящая методическая разработка
2. Учебная литература
3. Справочники
4. Тетрадь для практических работ

Последовательность выполнения работы:
1. Получение индивидуального задания
2. Изучение теоретического материала по методической разработке
3. Выполнение заданий
4. Ответы на вопросы

Теоретический материал

Не все, даже сравнительно простые функции, могут быть проинтегрированы с помощью элементарных функций. С другой стороны, определенный интеграл от непрерывной функции f(x) обязательно существует. Поэтому важное значение имеют методы приближенного вычисления определенного интеграла. Речь идет о вычислении интеграла $\int_a^b f(x)dx$, где a < b. Определенный интеграл будем вычислять как площадь криволинейной трапеции.

Метод трапеций

Для нахождения приближенного значения интеграла $\int_a^в f(x)dx$, нужно:

1) Разделить отрезок интегрирования [a;b] на n равных частей точками
$x_0=a, x_1, x_2, \dots, x_n = b$
2) Вычислить значение подынтегральной функции $y=f(x)$ в точках деления
$y_0=f(x)$
$y_1= f(x_1)$
………
$y_n= f(x_n)$
3) Применить формулу (3)

$$\int_a^в f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}\left(\frac{y_0+y_n}{2}+y_1+y_2+\dots+y_{n-1}\right) \qquad (3)$$

Пример: Найти приближенно $\int_0^4 x^2 d\,x$ *методом трапеций, разделив промежуток интегрирования на 10 равных частей. Вычислить погрешность приближения.*

Решение: Здесь n =10; тогда $\Delta x = (b-a)/n = 0{,}4$. Точками деления являются : $x_0 = 0$; $x_1 = 0{,}4$; $x_2 = 0{,}8$; $x_3 = 1{,}2$; $x_4 = 1{,}6$; $x_5 = 2$; $x_6 = 2{,}4$; $x_7 = 2{,}8$; $x_8 = 3{,}2$; $x_9 = 3{,}6$; $x_{10} = 4$. Найдем значение функции в точках деления: $y_0 = 0$; $y_1 = 0{,}16$; $y_2 = 0{,}64$; $y_3 = 1{,}44$; $y_4 = 2{,}56$; $y_5 = 4$; $y_6 = 5{,}76$; $y_7 = 7{,}84$; $y_8 = 10{,}24$; $y_9 = 12{,}96$; $y_{10} = 16$.

Используя формулу (12), получим

$$\int_0^4 x^2dx \approx 0,4\left(\frac{0+16}{2}+0,16+0,64+1,44+2,56+4,0+5,76+7,84+10,24+12,96\right)=21,44.$$

Точное значение интеграла определяем по формуле Ньютона-Лейбница:

$$\int_0^4 x^2dx = \left.\frac{x^3}{3}\right|_0^4 = \frac{64}{3} = 21,33.$$

Найдем относительную погрешность приближенного вычисления:

$$\delta = \frac{21,44-21,33}{21,33}\cdot 100\% \approx 0,5\%.$$

Задания для самостоятельной работы.

Вычислить интегралы, применяя метод трапеций:, Оценить погрешность вычисления. Сравнить с аналитическим решением интеграла по формуле Ньютона – Лейбница.

1.

а) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} cosxdx$ n=4

б) $\int_1^2 \frac{dx}{x}$ n=5

в) $\int_1^2 \sqrt{x}dx$ n=10

г) $\int_2^5 x^2dx$ n=9

д) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2+1}$ n=5

е) $\int_1^9 \sqrt{6x-5}dx$ n=8

2. Вычислить, пользуясь методом трапеций

а) $\int_1^4 x^2dx$ б) $\int_1^2 \frac{dx}{2+x}$

Контрольные вопросы.

1. В каких случаях удобно применять приближенные методы интегрирования?
2. Какой метод дает более точный результат?

Литература:

1.Дадаян А.А. Математика. Профессиональное образование.- М, 2015
2.Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М, 2014
3.Апанасов П.Т. Сборник задач по математике.-2015

Оформление отчета

1. Тема, цель
2. Решение задач.
3. Ответы на контрольные вопросы
4. Вывод по работе.

Практическая работа №18

Тема: ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛОВ И ПЛОЩАДЕЙ ПО МЕТОДУ СИМПСОНА ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ

Цель работы: Научиться использовать методы приближенного вычисления для вычисления определенного интеграла.

Оснащение рабочего места:

1. Настоящая методическая разработка
2. Учебная литература
3. Справочники
4. Тетрадь для практических работ

Последовательность выполнения работы:

1. Получение индивидуального задания
2. Изучение теоретического материала по методической разработке
3. Выполнение заданий
4. Ответы на вопросы

Теоретический материал

Решение многих задач сводится к вычислению определенных интегралов, точное выражение которых сложно, требует длительных вычислений и не всегда оправдано практически.
В этом случае часто бывает вполне достаточно найти их приближенное значение.

Для нахождения приближенного значения интеграла $\int_a^в f(x)dx$, нужно:

1) Разделить отрезок интегрирования [a;b] на n равных частей точками
$x_0=a, x_1, x_2, \ldots, x_n = b$
2) Вычислить значение подынтегральной функции $y=f(x)$ в точках деления
$y_0=f(x)$
$y_1= f(x_1)$
………
$y_n= f(x_n)$
3) Применить формулу (1) :

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left((y_0 + y_{2m}) + 4(y_1 + y_3 + \ldots + y_{2m-1}) + 2(y_2 + y_4 + \ldots + y_{2m-2})\right)$$

(5) – **формула Симпсона**.

Значительно более точные результаты получаются, если площадь криволинейной трапеции заменяют площадью полосы, ограниченной сверху не прямой линией, а дугой параболы, проходящей через три точки кривой с абсциссами a, $x_1 = a + h$ и $b = a + 2h$.

Задания для самостоятельного решения

Вычислить интегралы, применяя метод прямоугольников и метод трапеций, оценить погрешность вычисления. сравнить с аналитическим решением интеграла по формуле Ньютона – Лейбница

а) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} cosxdx$

б) $\int_1^2 \frac{dx}{x}$

в) $\int_1^2 \sqrt{x}dx$

г) $\int_{2}^{5} x^2 dx$

е) $\int_{1}^{9} \sqrt{6x-5}\,dx$

д) $\int_{0}^{1} \frac{dx}{x^2+1}$

1. *Вычислить, пользуясь методом парабол:

   а) $\int_{1}^{4} x^2 dx$ б) $\int_{1}^{2} \frac{dx}{2+x}$

   n = 5

Литература:

1.Дадаян А.А. Математика. Профессиональное образование.- М, 2015
2.Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика.- М, 2014
3.Апанасов П.Т. Сборник задач по математике.-2015

Оформление отчета

1. Тема, цель
2. Решение задач.
3. Ответы на контрольные вопросы
4. Вывод по работе.

Практическая работа №19

Тема: НАХОЖДЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ МЕТОДОМ ЧИСЛЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ.

Цель: Научиться применять методы приближенного дифференцирования

Оснащение рабочего места:

1. Настоящая методическая разработка;
2. Учебная литература;
3. Тетрадь для практических работ.

Последовательность выполнения работы:

1. Получить индивидуальное задание;
2. Изучить теоретический материал по методической разработке;
3. Выполнить задания;
4. Ответить на вопросы.

Краткая теория.

В тех случаях, когда непосредственное дифференцирование оказывается слишком сложным, в силу особенностей аналитического задания функции, пользуются приближенным дифференцированием.
f (x) = P'(x) на отрезке [a ;b]
Погрешность определяется по формуле R (x) = f '(x)-P(x) ,
погрешность производной P'(x) выражается формулой r(x)=f (x) - P'(x)=R'(x)

Конечная формула имеет вид R' (x)≈$\dfrac{(-1)^k \Delta^{k+1} y_0}{n \cdot (k+1)}$, где k –это максимальный порядок конечной разности, входящей в P(x)

Пример 1*. Построить конечные разности для функции P (x) = x^3, полагая шаг равным единице: h=1.*
Решение:

Первая конечная разность функции P(x):

$$\Delta P(x) = P(x+h) - P(x)$$

$$\Delta P(x) = (x+1)^3 - x^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - x^3 = 3x^2 + 3x + 1$$

Вторая конечная разность функции P(x):

$$\Delta^2 P(x) = \Delta[\Delta P(x)];$$

$$\Delta^2 P(x) = [3(x+1)^2 + 3(x+1) + 1] - (3x^2 + 3x + 1) = 6x + 6$$

Конечная разность третьего порядка:

$$\Delta^3 P(x) = \Delta[\Delta^2 P(x)]$$

$$\Delta^3 P(x) = [6(x+1) + 6] - (6x + 6) = 6$$

Конечная разность четвертого порядка:

$$\Delta^4 P(x) = \Delta[\Delta^3 P(x)]$$

$\Delta^4 P(x) = 6 - 6 = 0$

Все конечные разности порядка выше четвертого также равны нулю: $\Delta^n P(x) = 0$

Справедливо общее утверждение: если полином

$$P(x) = a^0 x^n + a^1 x^{n-1} + \ldots + a^n$$

является полиномом n-ой степени, то конечная разность n-го порядка – постоянная величина: $\Delta^n P(x) = const = n! a_0 h^n$

Конечные разности порядка выше, чем *n*, равны нулю.
В случае табличного задания функции *y=f(x)* для системы равностоящих точек x_i (i=0,1,2,3,…), где $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i = h = const$ конечные разности определяются по формулам

$\Delta y_i = y_{i+1} - y_i$
$\Delta^2 y_i = \Delta(\Delta y_i) = \Delta y_i$
……………….
$\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$

Вычисленные конечные разности располагают в таблице, которую называют таблицей разностей.

i	x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	……
0	x_0	y_0	Δy_0	$\Delta^2 y_0$	$\Delta^3 y_0$	…
1	x_1	y_1	Δy_1	$\Delta^2 y_1$	$\Delta^3 y_1$	…
2	x_2	y_2	Δy_2	$\Delta^2 y_2$	$\Delta^3 y_2$	…
….	..	..	..	….	…	....
…	…	…	..	…	…	…

Пример 2. *Построить таблицу разностей функции y=f (x), заданной таблично:*

x_i	0	1	2	3	4	5
y_i	1	5	15	35	70	140

Вычислим конечные разности первого порядка:
$\Delta y_0 = y_1 - y_0 = 5-1=4$
$\Delta y_1 = y_2 - y_1 = 15-5=10$
$\Delta y_2 = y_3 - y_2 = 35-15=20$
$\Delta y_3 = y_4 - y_3 = 70-35=35$
$\Delta y_4 = y_5 - y_4 = 140-70=70$

Определим конечные разности второго порядка

$\Delta^2 y_0 = \Delta y_1 - \Delta y_0 = 10-4=6$
$\Delta^2 y_1 = \Delta y_2 - \Delta y_1 = 20-10=10$
$\Delta y^2_2 = \Delta y_3 - \Delta y_2 = 35-20=15$
$\Delta y^2_3 = \Delta y_4 - \Delta y_3 = 70-35=35$
Конечные разности третьего порядка:

$\Delta^3 y_0 = \Delta^2 y_1 - \Delta^2 y_0 = 10-4=6$
$\Delta^3 y_1 = \Delta^2 y_2 - \Delta^2 y_1 = 15-10=5$
$\Delta y^3_2 = \Delta^2 y_3 - \Delta^2 y_2 = 35-15=20$ ит.д.

Таблица разностей для данной функции имеет вид:

i	x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$	$\Delta^5 y$
0	0	1	4	6	4	1	14
1	1	5	10	10	5	15	
2	2	15	20	15	20		
3	3	35	35	35			
4	4	70	70				
5	5	140					

Задания для самостоятельного решения:

1. Построить таблицу разностей функции *y=f (x),* заданной таблично:

а)

x_i	0	1	2	3	4	5
y_i	5	15	25	45	90	180

б)

x	1	2	3	4	5	6	7
y	7,5	2	-3,5	-6	-2,5	10	34,5

2. Вычислить конечную разность первого порядка Δy_0 функции $y = x^2 + x + 3$ при начальном значении $x_0 = 0$ и шаге $h = 1$.

3. Составить таблицу конечных разностей функций, заданных аналитически, от начального значения x_0 до конечного x_7, приняв шаг, равным h.

а) $y=x^3 - x^2 + 6x - 8$, $x_0=0$ h=1;

б) $y=2x^3 - 8x + 20$ $x_0=0{,}5$ h=0,5

в) $y=5x^3 - 8x + 4$ $x_0=0$ h=2

г) $y=4(x+1)(x-2)(x-3)$ $x_0=0$ h=1

4. *Для функций, заданных таблично, найти аналитическое выражение первой производной.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	8	6	10	26	60	118	206	330	496

Контрольные вопросы.

1 В каких случаях целесообразно применять численное дифференцирование?

2. По какой формуле вычисляется погрешность интерполирующей функции?

Литература:

«Математика» В.Т. Лисичкин, И.Л.Соловейчик.-М,2015

«Математика» В.П.Омельченко, Э.В.Курбатова.-М, 2014

Оформление отчета

1. Тема, цель
2. Решение задач.
3. Ответы на контрольные вопросы

4. Вывод по работе.

Практическая работа №20

Тема: НАХОЖДЕНИЕ ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ЭЙЛЕРА.

Цель: Научиться применять метод Эйлера для решения дифференциальных уравнений.

Оснащение рабочего места:

1. Настоящая методическая разработка;
2. Учебная литература;
3. Тетрадь для практических работ.

Последовательность выполнения работы:

1. Получить индивидуальное задание;
2. Изучить теоретический материал по методической разработке;
3. Выполнить задания;
4. Ответить на вопросы.

Краткая теория.

Нахождение частного решения дифференциального уравнения n-го порядка, удовлетворяющего заданным начальным условиям называют задачей Коши.

Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения называется **теоремой Коши**:

Если f(x,y)непрерывна в некоторой области около точки (x_0,y_0), т.е. при $x-x_0 <a$ и $y-y_0<b$, то существует по крайней мере одно решение уравнения $y'=f(x,y)$, принимающее при $x=x_0$ значение y_0, определенное непрерывное в некотором интервале около x_0.

Пример 1. Решить методом Эйлера дифференциальное уравнение $y'=x\cdot y$ при условии $y(0)=1$, в интервале $0\le x\le 0,6$. Вычисления провести при $h=0,1$.

Решение.

Результаты вычислений оформим в виде таблицы.

$x_0=0,\ y_0=1,\ f(x_0,y_0)=x_0y_0=0\cdot 1=0$

$y_1 = y_0+\Delta y_0 =1+0=1$

$f(x_1,y_1)=x_1y_1=0,1\cdot 1=0,1$

$\Delta y_1= h\cdot f(x_1,y_1)=0,1\cdot 0,1=0,01$

i	x	y	f (x, y)	Δy	y(точное)
0	0	1	0	0	1
1	0,1	1	0,1	0,01	1,0050
2	0,1	1,01	0,202	0,0202	1,0202

3	0,3	1,0302	0,309	0,0309	1,0460
4	0,4	1,0611	0,4244	0,0424	1,0833
5	0,5	1,1035	0,5518	0,0552	1,1331
6	0,6	1,1587	0,6952	0,0695	1,1972

Значения в последнем столбце получаем в результате прямого решения заданного уравнения:

$$y'=x\cdot y \quad \frac{dy}{dx}=xy,\ \frac{dy}{y}=xdx,\ \int\frac{dy}{y}=\int xdx,\ \ln|y|=\frac{x^2}{2}+C,\ y=Ce^{\frac{x^2}{2}}$$

с учетом начальных условий $1=Ce^0$, C=1, частное решение $y=e^{\frac{x^2}{2}}$.

Подставим значения аргумента из заданного интервала в полученное частное решение и результаты занесем в последний столбец таблицы.

Ошибка *R=1,1972-1,1587=0,0385*, что составляет приблизительно 3,2%

Задания для самостоятельной работы.

1. Решить методом Эйлера дифференциальное уравнение $y'=x\cdot y$ при условии y(0) =1, в интервале $0\le x\le 0,6$. Вычисления проводить с абсолютной погрешностью ε=0,05

2. Решить методом Эйлера дифференциальное уравнение $y'=y-2x$, при условии $x_0=0$, $y_0=3$, в интервале $0\le x\le 0,5$. Вычисления проводить с абсолютной погрешностью ε=0,01

3. Найти методом Эйлера численное решение дифференциального уравнения

$y'=\frac{y-x}{y+x}$ при начальных условиях y(0)=1, принимая h=0,1 . Ограничиться отысканием первых десяти значений.

3. Применяя метод Эйлера, численно решить дифференциальные уравнения с данными начальными условиями с шагом h .

а) $y'=\frac{6-x^2y^2}{x^2}$, y(1)=2, h=0,05, $0\le x\le 1,5$

б) $y'=\frac{2xy^3}{1-x^2y^2}$, y(2)=1, h=0,05, $2\le x\le 2,5$

Контрольные вопросы.

1. В чем заключается метод Эйлера?
2. Что называют задачей Коши?

Литература:

«Математика» В.Т. Лисичкин, И.Л.Соловейчик.-М, 2015
«Математика» В.П. Омельченко, Э.В.Курбатова.-М, 2014

Оформление отчета

1. Тема, цель
2. Решение задач.
3. Ответы на контрольные вопросы

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ПРОВЕДЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ
Для специальностей 080211 Управление, эксплуатация и
обслуживание многоквартирного дома

Намдакова Надежда Петровна
Домиева Наталья Федоровна

Сдано в производство_
Формат_60x84_1/16_
Усл. печ.л. _____ уч.изд.л _________
Тираж__15___экз. Заказ__№_
Отпечатано БЛПК, Улан-Удэ, пр. Победы, 20
(место издания, адрес)